ONERA
Série A, N°
N° D'ordre 8

110

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

par

Roger LABOURDETTE

1re THÈSE : **Intérêt et réalisation des essais de flexion circulaire dans le domaine élasto-visco-plastique.**

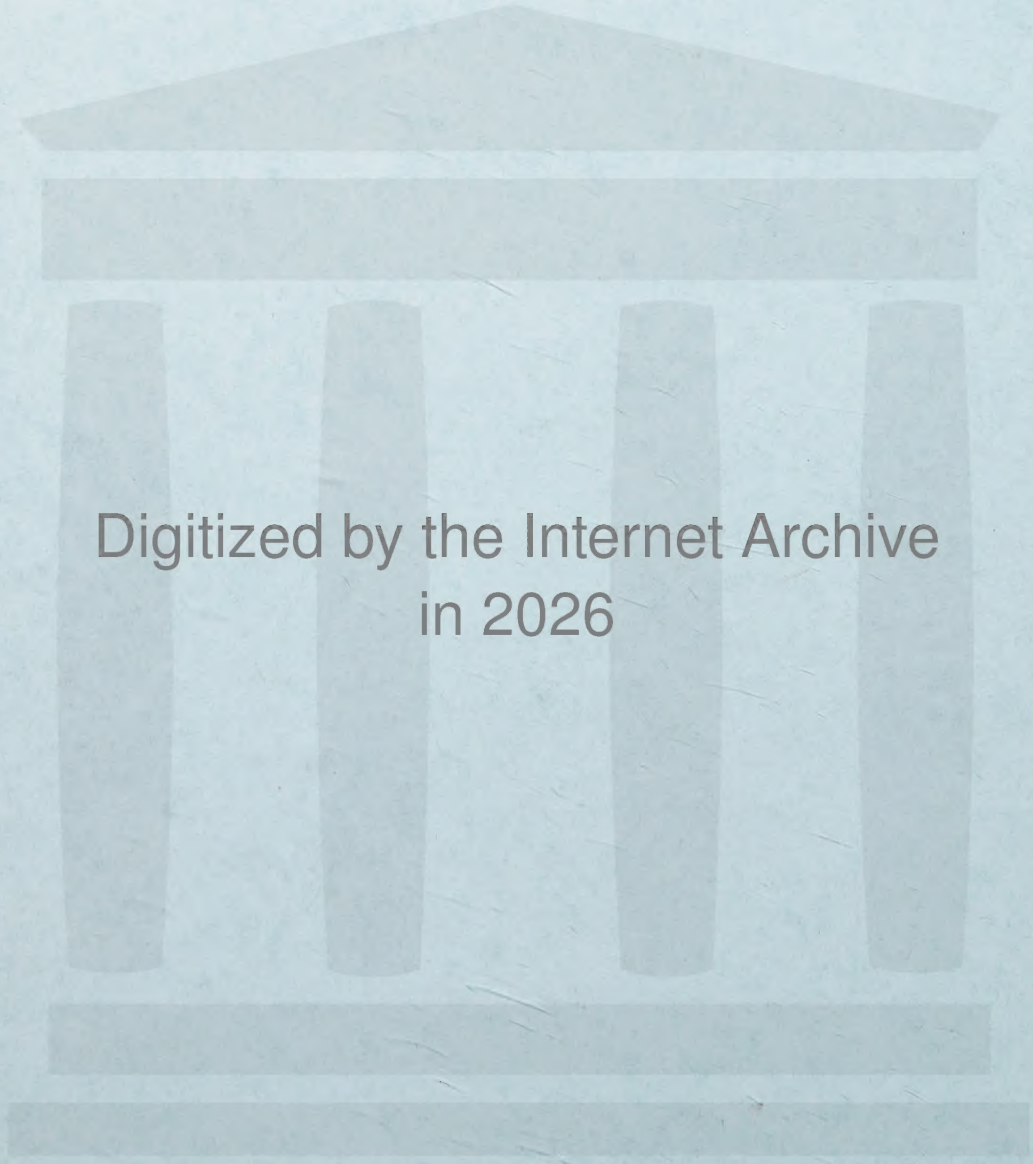
2e THÈSE : **Lois de comportement en fluage.**

Soutenues le 30 juin 1966 devant la Commission d'Examen.

MM. MAZET — Président.

SIESTRUNCK, COUPRY — Examinateurs.

O.N.E.R.A.
29, Avenue de la Division Leclerc
CHATILLON-SOUS-BAGNEUX
1966


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544322_0044

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

par

Roger LABOURDETTE

1re THÈSE : **Intérêt et réalisation des essais de flexion circulaire dans le domaine élasto-visco-plastique.**

2e THÈSE : **Lois de comportement en fluage.**

Soutenues le 30 juin 1966 devant la Commission d'Examen.

MM. MAZET — Président.

SIESTRUNCK, COUPRY — Examinateurs.

O.N.E.R.A.
29, Avenue de la Division Leclerc
CHATILLON-SOUS-BAGNEUX
1966

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE DE PARIS

FACULTE DES SCIENCES DE PARIS

PROFESSEURS

Le Doyen ..... M. ZAMANSKY

PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparée
GRASSE	T	Evolution des êtres organisés
PREVOST	T	Chimie organique
WYART	T	Minéralogie et cristallographie
TEISSIER	T	Zoologie
AUGER	T	Physique quantique et relativité
MONNIER	T	Physiologie générale
PIVETEAU	T	Paléontologie
ROCARD	T	Physique E.N.S.
CARTAN	T	Mathématiques E.N.S.
LAFFITTE	T	Chimie générale
N.....	T	Géométrie supérieure
COULOMB	T	Physique du globe
Melle COUSIN	T	Biologie animale S.P.C.N.
CHRETIEN	T	Chimie minérale
BOCQUET	T	Zoologie
KASTLER	T	Physique E.N.S.
EPHRUSSI	T	Génétique
GAUTHERET	T	Biologie végétale C.P.E.M.
LUCAS R.		Recherches physiques
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire
MORAND	T	Physique enseignement
SOLEILLET	T	Physique C.P.E.M.
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides
DRACH	T	Zoologie
QUENEY	T	Météorologie et dynamique de l'atmosphère
GALLIEN	T	Embryologie
EICHHORN	T	Botanique
DE CUGNAC	T	Biologie végétale S.P.C.N.
Melle CAUCHOIS	T	Chimie physique
THELLIER	T	Physique du globe
PONCIN	T	Mécanique générale
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres
QUELET	T	Chimie organique
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire
CUVILLIER	T	Micropaléontologie
JUNG	T	Géologie
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique
WIEMANN	T	Chimie organique et structurale
VASSY	T	Physique de l'atmosphère
DESTOUCHES	T	Théorie physique
AMIEL	T	Chimie générale

HOCART	T	Minérallogie et cristallographie
J.P. MATHIEU	T	Physique optique
COUTEAUX	T	Cytologie
CHOQUET	T	Théorie des fonctions et topologie
FELDMANN	T	Biologie végétale marine
JOST	T	Physiologie comparée
FORTET	T	Calcul des probabilités et physique math.
SCHWARTZ	T	Calcul différentiel et intégral
CHOUARD	T	Physiologie végétale
MALAVARD	T	Aviation (technique aéronautique)
BRELOT	T	Analyse supérieure
NORMANT	T	Synthèse organique
BENARD	T	Chimie appliquée
DUGUE	T	Statistique mathématique
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie
ULRICH	T	Physiologie végétale appliquée
KIRRMANN	T	Théories chimiques
CHADEFAUD	T	Botanique
Melle LE BRETON	T	Physiologie de la nutrition
LELONG	T	Application de l'analyse à la géométrie
DEVILLERS	T	Anatomie et histologie comparées
EHRESMANN	T	Topologie algébrique
FRANCON	T	Physique S.P.C.N.
GLANGEAUD	T	Géographie physique, géologie dynamique
DODEMENT	T	Mathématiques M.G.P.
PISOT	T	Technique mathématique de la physique
ROCH	T	Géologie
SCHATZMANN	T	Astrophysique
TERMIER	T	Géologie générale
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales
LENNUIER	T	Physique M.G.P.
ROUTHIER	T	Géologie appliquée
Mme TONNELAT	T	Physique théorique
DIXMIER	T	Mathématiques M.P.C.
SOUCHAY	T	Chimie générale
AIGRAIN	T	Electrotechnique
BRUSSET	T	Chimie systématique
LEVY	T	Physique théorique des hautes énergies
Mme CHAIX	T	Chimie biologique
Mme HUREL PY	T	Biologie végétale C.P.E.M.
PANNETIER	T	Chimie générale I
BRUN	T	Mécanique des fluides I
Mme DUBREIL	T	Mathématiques (Agrégation)
Mme LELONG	T	Mathématiques II E.N.S.
BELLAIR	T	Géologie S.P
COTTE	T	Physique électricité
DUBOIS J.E.	T	Chimie organique physique
LAMOTTE	T	Zoologie E.N.S.
OLMER	T	Energétique générale
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée

BARCHEWITZ	T	Chimie physique
BROSSEL	T	Physique atomique
BUSER	T	Physiologie comparée
CAMUS	T	Physiologie végétale
CURIEN	T	Minéralogie et cristallographie
POSSOMPES	T	Zoologie
PULLMANN	T	Chimie quantique
TEILLAC	T	Physique nucléaire et radioactivité
VILLE	T	Econométrie
WILLEMART	T	Chimie C.P.E.M.
FREYMANN	T	Recherches physiques
ROLLET	T	Chimie minérale
Melle JOSIEN	T	Chimie S.P.C.N.
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes
GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides
LUCAS G.	T	Géologie
ALLARD	T	Chimie physique
BERTHELOT	T	Physique des particules fondamentales
BRICARD	T	Météorologie
Mme ALBE-FESSARD	T	Psycho-physiologie
M. JULIA	T	Etude des molécules naturelles complexes
MAGAT	T	Physico-chimie des rayonnements
Melle QUINTIN	T	Electrochimie
MONOD	T	Chimie du métabolisme
DE POSSEL	T	Analyse numérique
CHARLOT	T	Chimie analytique
CHATELET	T	Chimie C.P.E.M.
MATTLER	T	Physique S.P.C.N.
BOUISSIERES	T	Radiochimie
Mme COUTURE	T	Thermodynamique et mécanique physique
FRANC	T	Biologie animale C.P.E.M.
SCHNELL	T	Botanique tropicale
STOLKOWSKI	T	Physiologie générale
ACHER	T	Chimie biologique
BAUDOIN	T	Biologie animale C.P.E.M.
BEAUMONT		Biologie animale S.P.C.N.
BLAMONT		Géophysique ionosphère
BOUREAU	T	Botanique
CURIE D.		Physique M.G.P.
DURAND DELGA	T	Géologie
HELLER	T	Physiologie végétale
TORTRAT	T	Calcul des probabilités
CAILLEUX	T	Géologie S.P.C.N.
MAGNAN		Physique électricité
DAUDEL	T	Mécanique ondulatoire
Melle FOURCROY		Biologie végétale S.P.C.N.
Mme CHOQUET-BRUHAT		Mécanique analytique et mécanique céleste
Melle VEIL	T	Physiologie générale
LWOFF	T	Microbiologie
SIESTRUNCK	T	Mécanique physique et expérimentale

CABANNES	T	Mécanique générale
CAIRE	T	Géographie physique et géologie dynamique
COMOLET		Mécanique des fluides
DELLOUE	T	Physique de l'exosphère
HOUILLON		Biologie animale C.P.E.M.
OLIVIER		Anthropologie
SAMUEL	T	Mathématiques (E.N.S. Jeunes filles)
THIRY	T	Mécanique céleste
ABELES	T	Physique S.P.C.N.
AMAT	T	Thermodynamique
AUBOIN	T	Géologie
Mme BENOIT-GUEUTAL	T	Physique nucléaire et radioactivité
BOUGIS		Biologie végétale marine Villefranche s/Mer
RIGAUDY	T	Chimie S.P.C.N.
COLLONGUES		Chimie C.P.E.M.
DUBERT		Biochimie
NOZIERES		Physique générale
CADIOT		Chimie organique
IVANOFF		Océanographie physique
FRANCOIS		Zoologie
TALBOT		Génie chimique
Mme NOUGAREDE		Botanique
BRUHAT	T	Mathématiques M.P.C.
FOURNET		Electricité générale
DEHEUVELS	T	Mathématiques propédeutique
FURON	T	Géologie S.P.C.N.
Mme GANS	T	Génétique
GENEVES		Biologie végétale C.P.E.M.
HUPE	T	Pétrographie
HOLLANDE	T	Biologie générale
LIONS	T	Analyse numérique
MAITTE	T	Chimie organique
NICOLAS		Géologie appliquée
PANIGEL		Biologie générale
RAVIER	T	Pétrographie
MOREL F.	T	Physiologie comparée
ROSEAU	T	Mécanique théorique des fluides
ROUBINE		Electronique E.S.E.
SILBER	T	Chimie C.P.E.M.
UEBERSFELD	T	Electronique
YVON	T	Théories physiques
HERVE	T	Mathématiques
Mme PECKER-WIMEL	T	Astrophysique
BALKANSKI		Physique M.P.C.
LE CORRE	T	Electricité
NATAF	T	Physique nucléaire et radioactivité
ECHALIER		Biologie animale C.P.E.M.
BARRAUD	T	Physique C.P.E.M.
DARS		Géologie structurale et appliquée
CAMEFORT	T	Botanique (agrégation)

VICHNIEWSKY	T	Mécanique industrielle
SIGWALT	T	Chimie S.P.C.N.
BLAQUIERE		Electronique
BARUCH		Physique propédeutique
ARNOUS	T	Physique théorique
SLONIMSKI		Génétique
MALLIAVIN	T	Mathématiques propédeutique
GAUDEMAR		Chimie propédeutique
BROUSSE	T	Mécanique théorique
ROSCH	T	Astronomie
GUY	T	Physique expérimentale
LAZARD		Mathématiques M.P.C.
MOREL P.		Physique M.P.C.
ARSAC		Programmation
LEFEBVRE		Chimie M.P.C.
BOK		Physique propédeutique
CHAPEVILLE		Biochimie
BENOIT		Physique C.P.E.M.
RIO		Chimie C.P.E.M.
JAUZEIN		Géologie E.N.S.
PREVOST G.		Biologie végétale C.P.E.M.
FAVARD P.		Biologie animale C.P.E.M.
Mme CHARNIAUX-COTTON		Evolution des êtres organisés
Melle FICINI		Chimie C.P.E.M.
LEQUEUX		Astronomie
COHEN TANNOUDJI		Physique atomique
TAVERNIER		Physique C.P.E.M.
DURAND Michel		Biologie animale S.P.C.N.
PASCAUD		Physiologie
Mme PETIT		Biologie animale C.P.E.M.
CAGNAC		Physique agrégation
FALK-VAIRANT		Physique nucléaire
KRASNER	T	Mathématiques
BENZECRI	T	Statistiques
VINH MAU		Physique M.G.P.
DUQUESNES		Physique C.P.E.M.
SCHUTZENBERGER		Programmation
TREMILLON		Chimie M.P.C.
FAYARD		Chimie M.P.C.
BUVET		Chimie C.P.E.M.
AUTHIER		Physique M.P.C.
PICINBONO	T	Physique C.P.E.M.
BONNEFILLE		Electrotechnique
Mme PUISEUX DAO		Biologie végétale

Le Secrétaire Général ..... R. POULLAIN.

UNIVERSITE DE PARIS

FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY

PROFESSEURS

MANGENOT G.	T	Biologie végétale
JACQUINOT P.	T	Optique
GUINIER A.	T	Electricité et physique des solides
GRIVET P.	T	Electronique
BLANC-LAPIERRE A.	T	Accélérateur linéaire
L'HERITIER P.	T	Génétique des virus
LEMEE G.	T	Ecologie végétale
MOYSE A.	T	Physiologie végétale
DODE M.	T	Chimie thermodynamique
DENY J.	T	Mathématiques
RIVIERE A.	T	Géologie générale et sédimentologie
MICHEL A.	T	Chimie minérale
MAY R.	T	Anatomie comparée
DELANGE H.	T	Mathématiques
CHAPELLE J.	T	Physique expérimentale
LACOMBE P.	T	Métallurgie
BENOIT P.	T	Physiologie générale
GUINOCHET J.	T	Biologie végétale S.P.C.N.
NERON A.	T	Mathématiques
NOZERAN R.	T	Botanique approfondie
CASTAING R.	T	Thermodynamique
ELLENBERGER F.	T	Géologie structurale
LEDERER E.	T	Chimie biologique
RIZET J.	T	Génétique
LENDER T.	T	Biologie animale S.P.C.N.
POITOU G.	T.	Mathématiques
FREON P.	T	Chimie organique
TONNELAT	T	Biologie physico-chimique
BRUNN Jan	T	Géologie historique
JEAN M.	T	Physique nucléaire
BERGERARD J.	T	Zoologie
ROGER J.	T	Baléontologie
LEFORT M.	T	Chimie nucléaire
LAGARRIGUE A.	T	Physique des hautes énergies
JULLIEN J.	T	Chimie structurale organique
ARNULF A.	T	Optique
ROUAULT M.	T	Diffraction électronique
MARECHAL A.	T	Optique théorique et appliquée
MAZET R.	T	Mécanique générale
DAVID Serge	T	Chimie agrégation

GUERIN H.	T	Chimie des gaz et des combustibles
LESIEUR L.	T	Mathématiques M.P.C. et algèbre
KOURGANOFF	T	Astronomie
ARNOULT P.	T	Physique électronique
KAHANE J.P.	T	Mathématiques
BROCHARD J.	T	Physique propédeutique
Mme ROIZEN	T	Physique C.P.E.M.
BERTEIN F.	T	Electronique
MALGRANGE B.	T	Mathématiques
CORABOEUF E.	T	Physiologie animale
FRIEDEL J.	T	Physique des solides
CHEVAUGEON J.	T	Cryptogamie
MEYER P.	T	Physique théorique et atomique
LEHMANN P.	T	Accélérateur linéaire
CHABBAL R.	T	Physique propédeutique
DELCROIX J.M.	T	Physique des plasmas
CERF J.	T	Mathématiques
D'ESPAGNAT B.	T	Physique théorique
SCHAEFFER P.	T	Microbiologie
DE GENNES P.	T	Physique des solides
Mme MARTY N.		Physique propédeutique
GOURDIN M.		Physique théorique
PEREZ-Y-JORBA		Physique propédeutique
GORENFLOT E.		Biologie végétale S.P.C.N.
RIOU M.		Physique nucléaire
BROUSSE R.		Géologie S.P.C.N.
LIORET C.		Physiologie végétale
CLAUSER H.		Chimie biologique
JANCOVICI B.		Physique atomique
LURCAT J.		Physique propédeutique
LE BERRE J.		Entomologie
LAVOREL J.		Biophysique
PERIO P.		Physique propédeutique
FETIZON M.		Stéréochimie
CHEMLA M.		Chimie des isotopes
MAZIERES C.		Chimie S.P.C.N.
VILKAS M.		Chimie C.P.E.M.
BLANDIN A.		Physique des solides
BRUN G.		Génétique
MERCOUROFF		Physique agrégation
ANDRE J.		Microscopie électronique
CHEVALLIER F.		Physiologie animale
Melle MARCOU		Biologie cellulaire C.P.E.M.
BOURDU R.		Physiologie végétale
BERKALOFF A.		Biologie animale C.P.E.M.
Melle LEFORT M.		Biologie cellulaire C.P.E.M.
Mme LAMBERT		Physique C.P.E.M.
BIZOT J.C.		Physique M.P.C.
GUIRAUD J.P.		Mécanique
LABOUESSE B.		Chimie S.P.C.N.

AVANT PROPOS

Le présent travail a été effectué à l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, dans la Direction "Résistance des Structures"OR.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Robert MAZET, Directeur Scientifique, pour tout ce qu'il m'a appris au cours de son enseignement de troisième cycle à la Faculté des Sciences d'ORSAY et pour m'avoir permis de préparer cette thèse dans les meilleures conditions.

J'exprime ma reconnaissance à MM. VALID et BONNEAU dont les conseils m'ont été précieux.

Je remercie vivement M. LEMAITRE pour l'aide constante et efficace qu'il m'a apportée tout au long de mon stage à l'O.N.E.R.A. ainsi que ses collaborateurs, MM. MONTHULET et POLICELLA qui m'ont permis de mener à bien la partie expérimentale de ce travail.

RESUME.

Après avoir noté quelques inconvénients inhérents à l'essai de traction simple on s'est attaché à examiner les possibilités de l'essai de flexion circulaire, pour la détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux.

On présente dans une première partie une machine d'essais de flexion circulaire permettant des essais d'écrouissage, de fluage et de relaxation, à froid et à chaud ; les moyens de mesure (moment de flexion, courbure) sont tels que l'on puisse simultanément enregistrer et visualiser leurs indications.

On vérifie dans une deuxième partie que l'essai d'écrouissage quasi-statique à froid permet de trouver le comportement d'un matériau en traction et compression simples. La confrontation avec les essais de traction et compression eux-mêmes dans le cas de deux duralumins (trempé et recuit) donne des résultats très satisfaisants.

INTEREST AND REALIZATION OF PURE BENDING TESTS IN THE ELASTO-VISCO-PLASTIC DOMAIN.

SUMMARY.

After having noted some disadvantages of the simple tensile tests, we tried to examine the possibilities of pure bending tests, to determine the mechanical characteristics of materials.

We present, in the first part, a pure-bending testing machine for hardening, creep and relaxation tests at room and high temperatures ; the means of measurement (bending moment, radius of curvature) are such that we can simultaneously record and see their indications.

In the second part, we verify that quasi static pure bending tests at room temperature allow us to find the materials behaviour in simple tension and compression.

The comparison of the results obtained, with those given by tension and compression tests, in the case of two duraluminiums [tempered and annealed] shows a very good agreement.

INTRODUCTION

Parmi les divers types d'essais des matériaux, le plus fréquent est certainement l'essai de traction simple, que l'on traduit par des relations :

- contrainte-déformation, à vitesse de déformation constante. { essais d'écrouissage.
- déformation-temps, à contrainte vraie constante { essais de fluage.
- contrainte-temps, à déformation constante { essais de relaxation.

Les caractéristiques du matériau ainsi trouvées permettent de déterminer une loi de comportement, qui peut alors être introduite dans un calcul de structure.

Bien que ce mode de sollicitation soit facilement réalisable, il faut cependant remarquer que les relations citées ci-dessus intéressent des paramètres "locaux" (contrainte, déformation, vitesse de déformation), alors que les machines d'essais ne peuvent agir que sur des grandeurs "globales" (force - déplacement - vitesse de déplacement). La réalisation d'essais purs en est rendue délicate :

- en écrouissage, à cause de la variation de la vitesse de déformation, à vitesse de déplacement des têtes de la machine constante.
- en fluage, la variation de section dûe à la contraction de Poisson impose un asservissement de la force de traction afin de maintenir une contrainte vraie constante.
- en relaxation, il est difficile d'éviter les chocs et les retours en arrière dûs à l'arrivée en butée.

Enfin, le phénomène de striction, dont l'apparition est difficile à déceler, complique encore le problème.

Il paraît donc intéressant de savoir si un autre type d'essais permettrait de déterminer, en évitant les inconvénients exposés ci-dessus, les caractéristiques mécaniques obtenues à partir de l'essai de traction. Le but du présent travail est d'examiner, dans cette optique, les possibilités de l'essai de flexion circulaire. A cette fin, on présente dans une première partie, une machine d'essais de flexion circulaire dans le domaine élasto-plastique ; dans une deuxième partie, on vérifie que les deux modes de sollicitation (traction et flexion) donnent des résultats cohérents.

Chapitre I

PROJET DE MACHINE D'ESSAIS DE FLEXION CIRCULAIRE

I.1 - Généralités.

I.1.1. La machine étudiée permet d'effectuer, à froid et à chaud, dans le domaine des grandes déformations, des essais :

- d'écrouissage
- de fluage (maintien d'un moment constant)
- de relaxation (maintien d'une courbure constante).

I.1.2. Une telle machine constitue un ensemble autonome, comprenant :

- les moyens de création des efforts
- un système de chauffage des éprouvettes
- les dispositifs de mesure.

I.2 - Schéma de principe.

Il est représenté planche 14. On distingue :

- deux axes fixes (1)
- deux poulies (2) et deux bras (3), articulés sur les axes(1).
- deux poulies (4) (de même diamètre que (2)), articulées à l'autre extrémité des bras (3) et portant les mors de fixation de l'éprouvette.
- un vérin (5), lié aux chaînes (6) de telle façon que les tensions dans celles-ci soient égales.

.../...

Par construction, les réactions d'appui des paliers sur les poulies (4) sont toujours parallèles et égales aux tensions des chaînes, ce qui assure un moment fléchissant constant le long de l'éprouvette.

I.3 - Dispositif de chauffage

Le but à atteindre est le maintien d'une température constante :

- dans le temps (au cours de l'essai)
- dans l'espace (le long de l'éprouvette).

L'expérience a montré que les fours à résistance, présentant à puissance égale la plus grande inertie thermique, sont les plus aptes à satisfaire à la première condition.

Pour la deuxième, on divise le four en dix parties électriquement indépendantes et dotées d'un système de régulation (manuel ou automatique).

Comme l'a remarqué M. MONTHULET [1], le choix des moyens de mesure et de régulation de la température est dicté par la précision désirée sur la déformation. Si l'on admet, comme l'indique DORN [2] une loi de comportement en traction simple du type :

$$\dot{\varepsilon} = F(\sigma, \dots) \cdot e^{-\frac{\Delta H}{RT}}$$

ΔH : énergie d'activation correspondant au processus de fluage.

R : constante des gaz parfaits.

T : température absolue.

la variation relative de déformation, dûe à un écart de température δT, est de quinze à soixante dix fois supérieure à l'écart relatif $\frac{\delta T}{T}$ (pour les métaux usuels et des températures d'essai de 500°K à 1000°K).

A titre d'exemple, pour une température d'essai de 800°K, si la précision exigée sur la déformation est de 2%, l'écart maximum de température admissible est de 0,4°C ; c'est-à-dire qu'on est pratiquement à la limite des dispositifs de mesure et de régulation actuels.

.../...

I.4 - Moyens de mesure

I.4.1. Ces moyens ont été définis de façon que l'on puisse simultanément enregistrer et visualiser leurs indications en cours d'essais, afin de renseigner en permanence l'opérateur sur l'évolution des phénomènes, et de lui permettre d'intervenir si nécessaire.

I.4.2. Mesure du moment de flexion.

Un dynamomètre à jauges (voir dessin 01) travaillant en torsion est intercalé dans la chaîne cinématique de la machine ; il est sollicité par un moment de torsion rigoureusement égal au moment de flexion appliqué à l'éprouvette.

1.4.3. Mesure du rayon de courbure.

Ce dispositif est représenté planche 15. Il se compose de deux étriers fixés sur l'éprouvette, leur plan matérialisant une section droite de celle-ci. Une lame flexible, de faible épaisseur, est encastrée dans l'un deux et peut coulisser dans l'autre. Des jauges métalliques à film résistant, pouvant fonctionner jusqu'à 600° C, sont collées sur les deux faces de la lame. Si on désigne par :

e : l'épaisseur de la lame

ε : la déformation sur les faces de celle-ci,

le rayon de courbure, R, de la ligne neutre de l'éprouvette vaut :

$$R = \frac{e}{2\varepsilon}$$

I.5- Fonctionnement.

I.5.1. Circuit de puissance (voir planche 16).

Ce circuit comporte :

- une source d'air comprimé à 150 bars.
- deux voies identiques en parallèles comprenant :

.../...

- Une soupape régulatrice de pression (SR). (Une telle soupape remet automatiquement à l'atmosphère un excès de pression aval).
- Un manomètre de précision (M).
- Un échangeur de pression air-huile (EP).

- Les deux voies aboutissent à un distributeur hydraulique rotatif (D), à quatre orifices et trois positions :

position 0 : I, II, III et IV obturés

" 1 : passage I ⟶ III et II ⟶ IV

" 2 : passage I ⟶ IV et II ⟶ III.

- les orifices III et IV de ce distributeur sont reliés aux deux orifices d'admission d'un vérin hydraulique à double effet (V).

- Chacune des deux voies (a) et (b) est utilisée alternativement comme arrivée de pression et voie de refoulement.

I.5.2. Essais d'écrouissage.

L'ordre des opérations est le suivant :

a- on place le distributeur (D) en position 0, les soupapes SR (a) et (b) étant fermées.

b- on met alors (D) en position 1.

c- on ouvre progressivement SR (a) ; la pression s'établit en aval de la soupape, et on veille à maintenir une vitesse de déformation constante.

I.5.3. Essai de fluage.

a- on procède comme au paragraphe I.5.2.a.

b- on ouvre SR (a) de façon à établir dans le circuit aval une pression correspondant au moment de flexion à appliquer.

c- on place (D) en position 1. La soupape SR (a) agit en maintenant la pression constante et égale à la valeur prédéterminée.

.../...

I.5.4. Essai de relaxation.

a, b - on procède de la même façon qu'en I.5.2.a et b.

c - Au moyen de la soupape SR (a) on augmente la charge de façon à atteindre la déformation voulue, aussi rapidement que possible.

d - Quand cette déformation est atteinte, on met (D) en position O. Les quatre orifices du distributeur étant obturés, l'incompressibilité de l'huile du circuit hydraulique maintient la déformation constante.

I.6 - Projet de machine.

Les dessins 01, 02, et 03 définissent une machine d'essais de flexion circulaire conçue à partir des schémas évoqués précédemment.

Les caractéristiques générales sont les suivantes :

- Moment de flexion maximum : 35 mdaN.
- Eprouvette de section rectangulaire : (hauteur : 15mm) (largeur : 20mm).
- Déformation maximum sur les fibres extrêmes :

  $\varepsilon_{max} = 10.10^{-2}$.
- Température maximum d'essai : 600° C.

.../...

NOTATIONS :

M : moment de flexion

R : rayon de courbure de la ligne neutre.

y : Cote d'un point d'une section droite, par rapport à la fibre neutre de cette section (voir Figure 1).

$\sigma(y)$: contrainte normale
$\varepsilon(y)$: déformation
} à la cote y.

ρ_o : masse volumique
h_o : hauteur
l_o : longueur de la ligne neutre
b_o : largeur
} à l'état non chargé.

$\rho(y)$: masse volumique
$l(y)$: longueur
$b(y)$: largeur
} à l'état chargé et à la cote y.

ν^* : coefficient de Poisson élastoplastique.

ν_e : coefficient de Poisson élastique.

.../...

Chapitre II

LIAISON ENTRE FLEXION CIRCULAIRE ET TRACTION - COMPRESSION

II.1 - Equations générales de la flexion circulaire.

II.1.1. Hypothèses.

1- Le chargement est quasi-statique, à froid.

2- les sections planes normales à la ligne moyenne de la poutre avant déformation, conservent ces propriétés après déformation (hypothèse de Bernoulli généralisée au domaine élastoplastique. Toutefois nous ne supposons pas la section indéformable).

3- Le coefficient de Poisson élastoplastique est supposé constant.

4- En tout point de la zone tendue et de la zone comprimée de la poutre fléchie, les états de contrainte sont respectivement ceux d'une traction simple et d'une compression simple dans la direction de la ligne moyenne de la poutre.

5- Les lois de comportement sont établies en contrainte vraie.

Remarques :

- L'hypothèse de Bernoulli est couramment effectuée dans les calculs de flexion simple. En flexion circulaire, elle est justifiée par raison de symétrie.

- Le coefficient de Poisson n'est constant que dans le domaine élastique (où il vaut de 0,25 à 0,35 suivant les métaux et la température), et tend rapidement vers 0,5 dans le domaine plastique. Un calcul ultérieur montrera que l'erreur entraînée par l'hypothèse 3 est très faible.

.../...

- les contraintes et les déformations de traction seront comptées positivement, celles de compression négativement.

II.1.2. Equations

Compte tenu des hypothèses, on a :

$$\varepsilon(y) = \frac{y}{R} \qquad (a)$$

$$b(y) = b_0 \left(1 - \gamma^* \frac{y}{R}\right) \qquad (b)$$

(1)

$$\rho(y) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)\left(1 - \frac{\gamma^* y}{R}\right)^2} \qquad (c)$$

$$l(y) = l_0 \left(1 + \frac{y}{R}\right) \qquad (d)$$

Les équations de la flexion circulaire sont alors les 2 équations d'équilibre (effort normal, et moment), complétées par une équation de conservation de la masse.

$$\int_{y_2}^{y_1} \sigma(y) \cdot b(y) \cdot dy = 0 \qquad (2)$$

$$\int_{y_2}^{y_1} \sigma(y) \cdot b(y) \cdot y \cdot dy = M \qquad (3)$$

$$\int_{y_2}^{y_1} \rho(y) \cdot b(y) \cdot l(y) \cdot dy = \rho_0 \cdot b_0 \cdot l_0 \cdot h_0 \qquad (4)$$

.../...

II.1.3. Application à la détermination du comportement en traction et compression simples.

En faisant le changement de variable défini par (1), il vient :

[en posant $\sigma(y_1) = \sigma_1$ $\varepsilon(y_1) = \varepsilon_1$
$\sigma(y_2) = \sigma_2$ $\varepsilon(y_2) = \varepsilon_2$].

$$\int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} \sigma . (1 - \gamma^* \varepsilon) . d\varepsilon = 0 \qquad (2')$$

$$\int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} \sigma . (1 - \gamma^* \varepsilon) . \varepsilon . d\varepsilon = \frac{M}{b_0 R^2} \qquad (3')$$

$$\int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} (1 - \gamma^* \varepsilon) . d\varepsilon = \frac{h_0}{R} \qquad (4')$$

En dérivant ces trois équations par rapport à R (3) et en tenant compte de (4') intégrée, on a :

$$\sigma_1 = \frac{1}{b_0 h_0} \cdot \frac{\frac{dM}{dR} - 2\frac{M}{R}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \left[\frac{1}{(1-\gamma^*\varepsilon_1)(1-\gamma^*\varepsilon_2)} \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} - \frac{1}{(1-\gamma^*\varepsilon_1)^2} \right] \qquad (5)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{b_0 h_0} \frac{\frac{dM}{dR} - 2\frac{M}{R}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \left[\frac{1}{(1-\gamma^*\varepsilon_2)^2} - \frac{1}{(1-\gamma^*\varepsilon_1)(1-\gamma^*\varepsilon_2)} \frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} \right] \qquad (6)$$

$$R = \frac{h_0}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\left[1 + \gamma^{*2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\right]} \qquad (7)$$

.../...

La mesure de ε_1, ε_2, et M, au cours d'un essai de flexion circulaire, permet de tracer, au moyen des relations (5), (6) et (7) les courbes :

$$\sigma_1 = f(\varepsilon_1)$$

$$\sigma_2 = g(\varepsilon_2)$$

qui caractérisent, selon nos hypothèses, l'écrouissage à vitesse quasi nulle du matériau, en traction et compression simples.

Remarque :

Bien que γ^* ait été supposé constant afin de simplifier les calculs, il est possible de tenir compte de son évolution, en utilisant, dans un calcul itératif, une expression bien vérifiée par l'expérience (voir planche 17) :

$$\gamma^* = \frac{1}{2} - \frac{1-2\gamma_e}{2E}\frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (8)$$

Les relations (5) et (6) permettent de calculer l'erreur relative commise sur σ en faisant $\gamma^* = 0,5$.

$$\frac{\delta\sigma}{\sigma} = 2\,\frac{\delta(1-\gamma^*\varepsilon)}{1-\gamma^*\varepsilon} = \frac{2\varepsilon\,\delta\gamma^*}{1-\gamma^*\varepsilon}$$

Cette erreur est maximum pour $\varepsilon = \varepsilon_e$ (limite élastique). Elle vaut :

$$\left(\frac{\delta\sigma}{\sigma}\right)_{max} = 1.10^{-3}$$

II.1.4. Application à la détermination du comportement en flexion circulaire.

Connaissant les courbes $\sigma(\varepsilon)$ de traction et de compression, on peut prévoir l'essai de flexion circulaire, en écrivant :

.../...

$$M = b_0 . R^2 \left[\int_{\varepsilon_2}^{0} \sigma_c (1 - \nu^* \varepsilon_c) \varepsilon_c \, d\varepsilon_c + \int_{0}^{\varepsilon_1} \sigma_T (1 - \nu^* \varepsilon_T) \varepsilon_T \, d\varepsilon_T \right] \quad (3')$$

l'expression de ν^* étant celle de la relation -(8).

On peut alors tracer la courbe :

$$M = f\left(\frac{1}{R}\right).$$

II.2 - <u>Problème de la vitesse de déformation.</u>

La première hypothèse consistait à envisager le cas des chargements quasi-statiques, ce qui entraîne les remarques suivantes :

II.2.1. Il est évident qu'un essai d'écrouissage à vitesse nulle est impossible. On qualifie de "quasi-statique" un essai se déroulant à vitesse de déformation suffisamment faible pour que l'effet de la viscosité du matériau soit négligeable devant sa plasticité et son élasticité. Cette condition a été respectée lors des essais de traction, compression et flexion circulaire.

II.2.2. Les relations $\sigma_1 = f(\varepsilon_1)$ et $\sigma_2 = g(\varepsilon_2)$ (obtenues par l'intermédiaire des équations (5) et (6)) gardent leur signification dans le cas où l'essai de flexion n'est plus "quasi-statique".

Nous avons en effet :

$$\varepsilon_1 = \frac{y_1}{R} \qquad \varepsilon_2 = \frac{y_2}{R} \qquad (1a)$$

En dérivant par rapport au temps, il vient :

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\dot{y}_1}{R} - \frac{y_1}{R^2} . \dot{R} \qquad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{\dot{y}_2}{R} - \frac{y_2}{R^2} . \dot{R} \qquad (15)$$

.../...

L'expérience montre que les premiers termes des seconds membres des relations (15) sont de l'ordre du millième devant les quantités $\frac{y}{R^2}.\dot{R}$; on peut donc écrire :

$$\dot{\varepsilon}_1 = -\frac{y_1}{R^2}.\dot{R} \qquad \dot{\varepsilon}_2 = -\frac{y_2}{R^2}.\dot{R}$$

Si on impose un rayon de courbure fonction du temps, de la forme :

$$R(t) = \frac{k}{t} \qquad (k = \text{constante})$$

on a : $\dot{\varepsilon}_1 = \text{constante}$ $\qquad$ $\dot{\varepsilon}_2 = \text{constante}$

Les relations $\sigma_1 = f(\varepsilon_1)$ et $\sigma_2 = g(\varepsilon_2)$ caractérisent dans ce cas, l'écrouissage en traction et compression simples, à vitesse de déformation constante.

II.2.3. La détermination de la courbe d'écrouissage en flexion $M = h\left(\frac{1}{R}\right)$, à vitesse de courbure constante $\left[\dot{\chi} = \left(\frac{1}{R}\right)^{\cdot}\right]$ est également possible si l'on dispose d'une famille de courbes d'écrouissage en traction et compression simples ; $(\sigma_T)_i = f_i(\varepsilon_T)$ et $(\sigma_c)_i = g_i(\varepsilon_c)$, chacune de ces courbes correspondant à une vitesse de déformation $\left[(\dot{\varepsilon}_T)_i \text{ ou } (\dot{\varepsilon}_c)_i\right]$ constante. Le moment M se calcule de façon analogue à celle du paragraphe II.1.4. La relation (3)' devient :

$$M = b_0 . R^2 . \sum_{i=1}^{i=n} \left[\int_{\varepsilon_2-(i-1)\Delta\varepsilon_2}^{\varepsilon_2 - i\Delta\varepsilon_2} (\sigma_c)_i (1-\gamma^*\varepsilon_c)\varepsilon_c . d\varepsilon_c + \int_{(i-1)\Delta\varepsilon_1}^{i\Delta\varepsilon_1} (\sigma_T)_i (1-\gamma^*\varepsilon_T)\varepsilon_T \, d\varepsilon_T \right]$$

avec :

$$\Delta\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_2}{n} \qquad \Delta\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_1}{n}$$

.../...

II.3 - Confrontation théorie-expérience.

II.3.1. La méthode décrite au paragraphe II.1. a été appliquée à deux cas concrets :

a- Le duralumin AU4G, trempé à 490° C et vieilli 24 h à 200°C. On a réalisé : - deux essais de flexion
- deux essais de traction
- trois essais de compression.

b- Le duralumin AU4G recuit : - deux essais de flexion
- un essai traction
- deux essais de compression.

Pour chacun des deux matériaux, les éprouvettes ont été tirées de la même barre et ont subi simultanément les mêmes traitements thermiques.

II.3.2. Essais de flexion.

*Montage d'essai : (voir schéma planche 2)

Ce montage comporte :

- un mors mobile en rotation autour d'un axe fixe.
- un mors mobile en rotation autour d'un axe lui-même mobile en translation sur deux rails-guides.
- deux secteurs circulaires destinés à assurer la proportionnalité du moment fléchissant aux masses appliquées, quelle que soit la déformation de l'éprouvette.

*Les caractéristiques géomètriques des éprouvettes sont indiquées planche 3.

*Mesures

- les essais ont été effectués à température ambiante ($\simeq$ 20°C).
- la mesure de chacune des deux déformations ε_1 et ε_2 était la moyenne des indications données par trois jauges à film métallique résistant à grand allongement Budd HE 121 permettant la mesure de déformation jusqu'à 10.10^{-2}.
- le calcul de R se fait à partir de la relation (7).

.../...

Remarque : la validité des indications données par les les jauges a été vérifiée en comparant la valeur de R trouvée par l'intermédiaire de la relation (7) à la valeur obtenue par une méthode optique. L'éprouvette était photographiée devant un réseau de traits perpendiculaires. A l'aide d'un comparateur optique, on calculait le rayon de courbure de la fibre neutre. L'écart relatif entre ces deux valeurs a toujours été inférieur à 1.10^{-2}.

II.3.3. Essais de traction.

* Ils ont été effectués sur une machine MAN de 60 tonnes pour le duralumin trempé, et sur une machine conçue à l'O.N.E.R.A. (Machine TTC) de 25 tonnes, pour le duralumin recuit.

* Les caractéristiques des éprouvettes sont indiquées planches 4 et 5.

* Les essais ont été effectués à température ambiante. La mesure de la déformation ε a été faite à partir de celle de l'allongement total (entre têtes de la machine) selon une méthode élaborée par M. MONTHULET [1]. Deux jauges Budd HE 121, diamétralement opposées, confirmaient le résultat du calcul.

  La force de traction est mesurée à l'aide d'un dynamomètre à jauges.

II.3.4. Essais de compression.

* Le duralumin trempé a été essayé sur une machine O.N.E.R.A. (machine CT). Pour le duralumin recuit on a utilisé la machine TTC.

* Les mesures de ε et de la force de compression ont été effectuées de la même façon qu'en traction.

* Les caractéristiques des éprouvettes sont indiquées planches 6 et 7.

* De plus, 3 comparateurs au 1/100, placés radialement à 120°, permettaient de détecter un flambage éventuel.

.../...

II.3.5. Résultats.

* Pour chacun des deux matériaux, les essais de flexion sont représentés par une courbe $M = h\left(\frac{1}{R}\right)$ (planches 8 et 9). On a également fait figurer sur ces mêmes planches une courbe $M = f\left(\frac{1}{R}\right)$ calculée à partir de la relation (3)'

  On constate une bonne concordance théorie-expérience, l'écart relatif maximum est de 2,5% en fin d'essai.

* Sur chacune des deux planches 10 et 11 on a représenté deux courbes $\sigma = f(\varepsilon)$, l'une déduite de l'essai de traction, l'autre déterminée à partir de la méthode du paragraphe II.1.3.

  L'accord théorie-expérience est également bon puisque les écarts relatifs sont respectivement de 2,5 % et 2% lorsque la déformation atteint vingt fois la limite élastique.

* On a représenté planche 12 les trois essais de compression sur le duralumin trempé. On note un écart important entre ces trois résultats expérimentaux, ce qui rend impossible la confrontation théorie-expérience.

  En revanche l'accord est bon dans le cas du duralumin recuit (planche 13). L'écart relatif est de l'ordre de 2% pour $\varepsilon = 1.10^{-2}$ (dix fois la limite élastique).

II.4 - Conclusions

* Les résultats obtenus indiquent que l'essai de flexion circulaire permet de caractériser, avec une bonne précision, le comportement d'un matériau en traction simple. On remarque également qu'il est aisé d'effectuer un tel essai à moment constant ou à vitesse de courbure constante.

* La dispersion observée lors des essais de compression sur le duralumin trempé peut être attribuée aux conditions aux limites imposées à l'éprouvette. Dans ce cas, en effet, l'un des deux appuis ne constituait qu'un encastrement très imparfait ; de plus, il est possible qu'un défaut d'alignement de la machine ait aussi perturbé les essais.

.../...

D'autre part, la recherche d'un compromis entre les conditions de stabilité et l'hypothèse de Saint-Venant nous a conduits à adopter un rapport :

$$\frac{\text{Longueur utile de l'éprouvette}}{\text{diamètre de la partie utile}}$$

égal à 3, ce qui est encore faible selon Saint-Venant et peut ainsi expliquer, en partie, l'écart théorie-expérience lors des essais de compression.

On voit donc apparaître ici un intérêt supplémentaire de l'essai de flexion circulaire : celui-ci permet d'étudier le comportement des matériaux en compression simple, en évitant les inconvénients inhérents à ce type d'essais dans le domaine des grandes déformations [4].

Enfin la comparaison des courbes d'écrouissage en traction et compression pour chacun des deux matériaux montre que le module d'élasticité et la limite élastique sont très voisins, mais qu'une différence sensible apparaît dès que l'on quitte le domaine élastique, les matériaux paraissant plus résistants en compression qu'en traction.

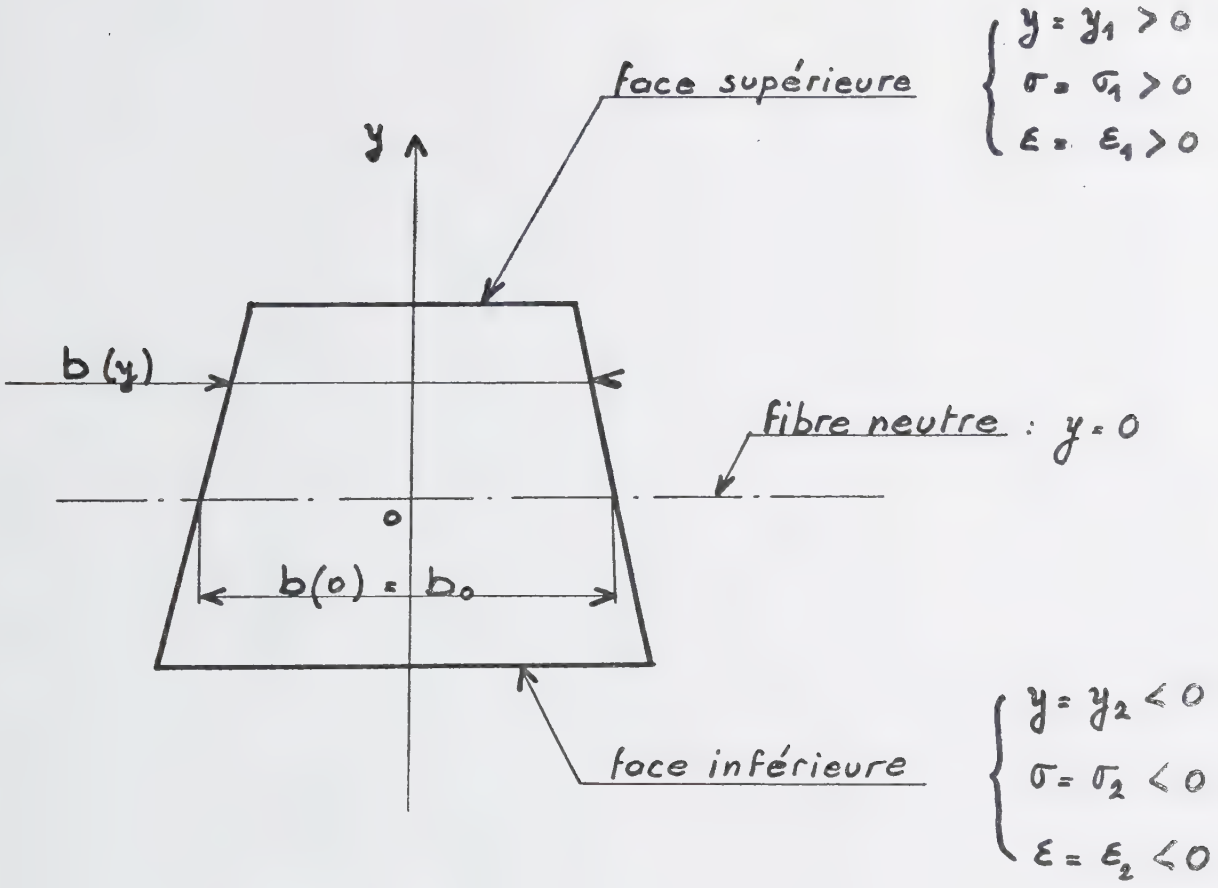
BIBLIOGRAPHIE

[1] A. MONTHULET - "Amélioration des moyens et des méthodes d'essais en plasticité et fluage". Note Technique O.N.E.R.A. à paraître.

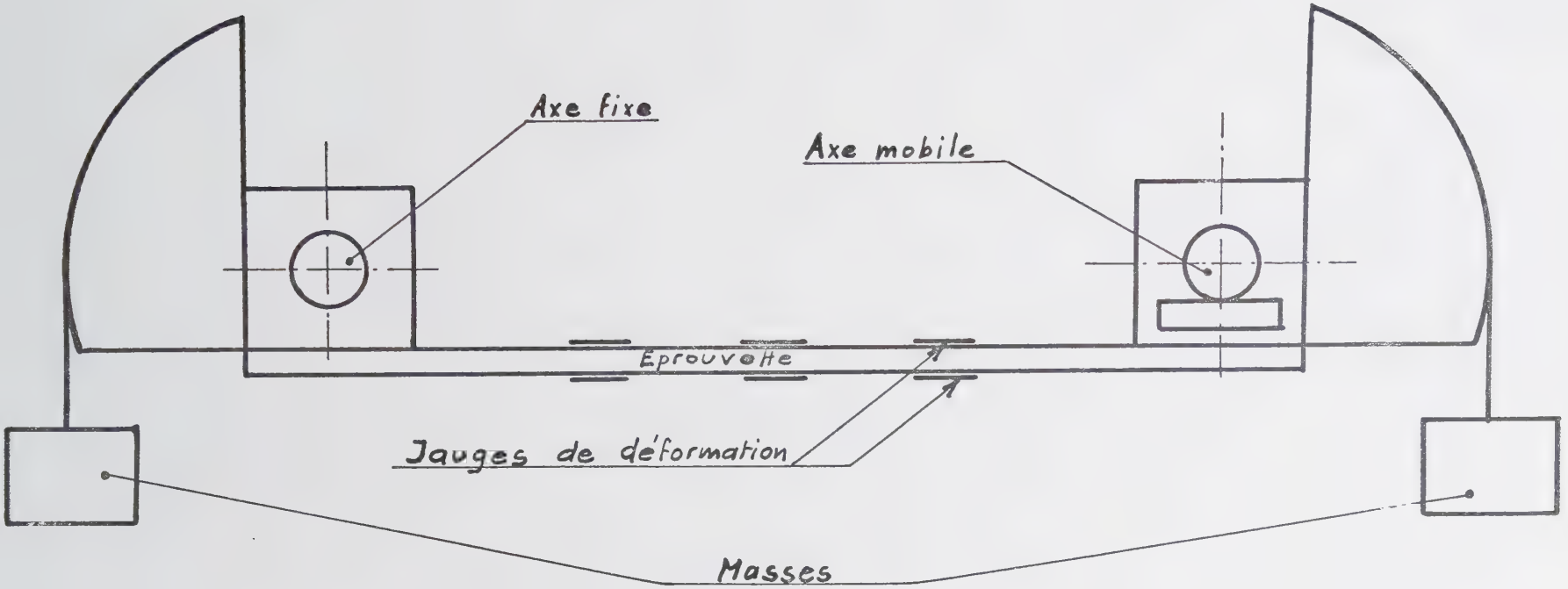
[2] DORN - Mechanical behavior of materials at elevated temperatures. Mac-Graw-Hill Book Co - NEW-YORK 1961.

[3] A. NADAÏ - Theory of flow and fracture of solids (t. 1) - Mac-Graw-Hill Book Co NEW-YORK 1950.

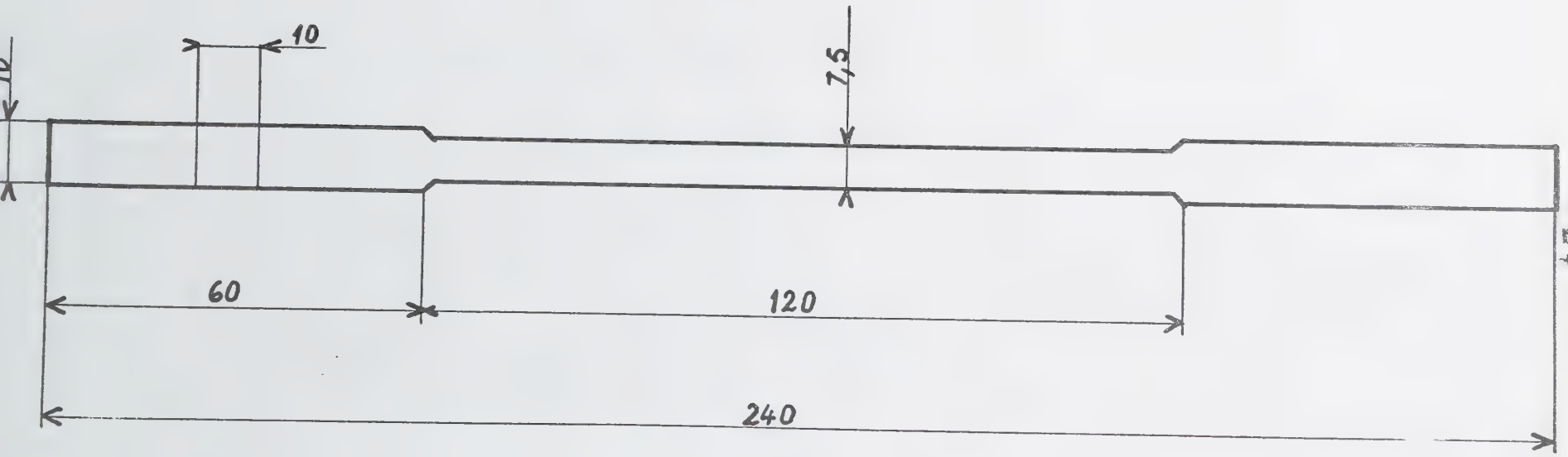
[4] P.W. BRIDGMAN - Studies in large plastic flow and fracture. Mac-Graw-Hill Book Co - NEW-YORK 1952.



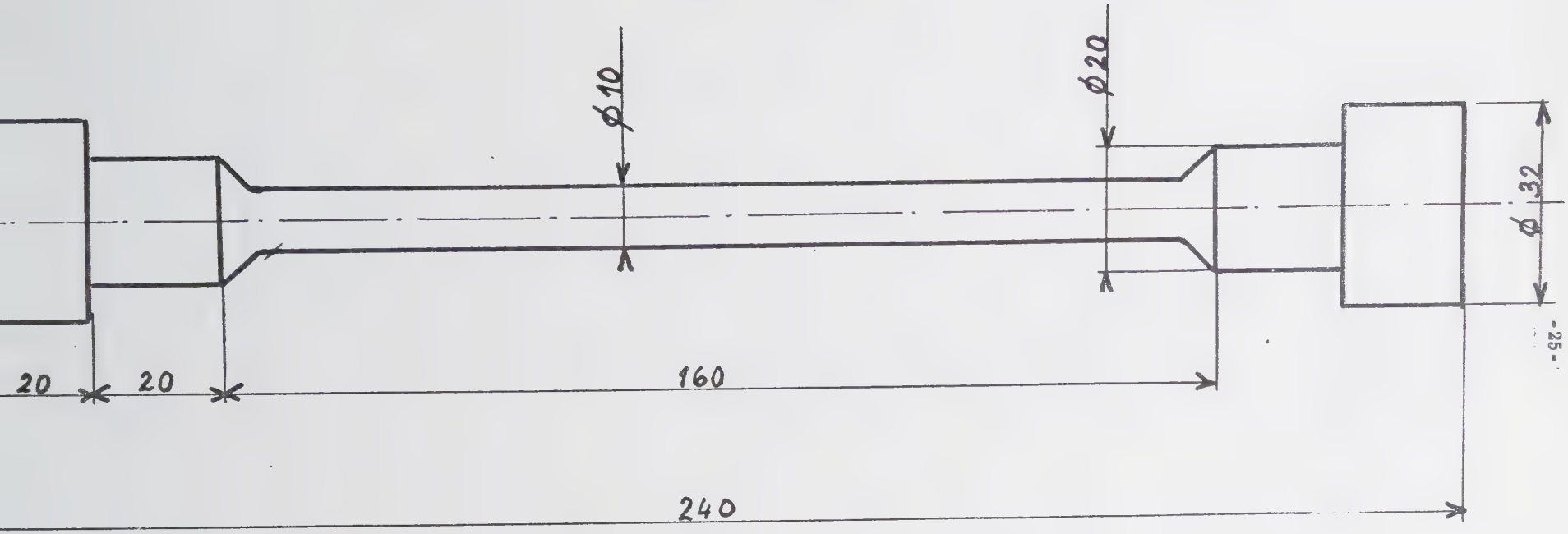
Pl.1 Section droite



Pl. 2 Montage de flexion circulaire

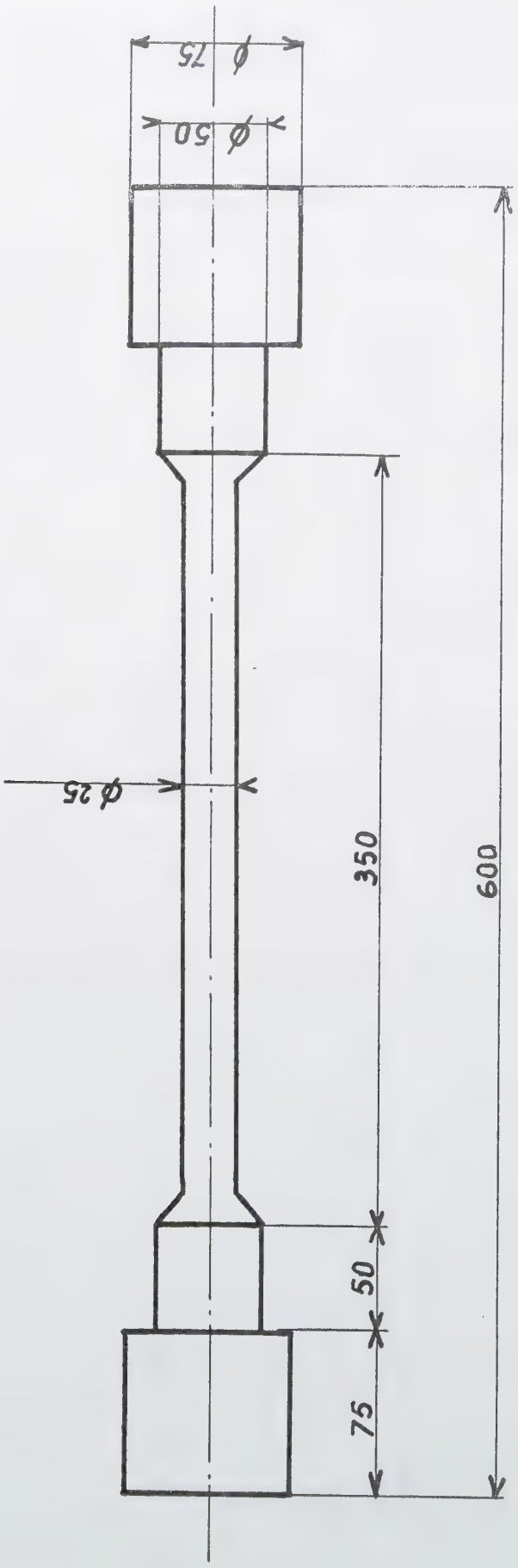


Pl. 3 Eprouvette de flexion



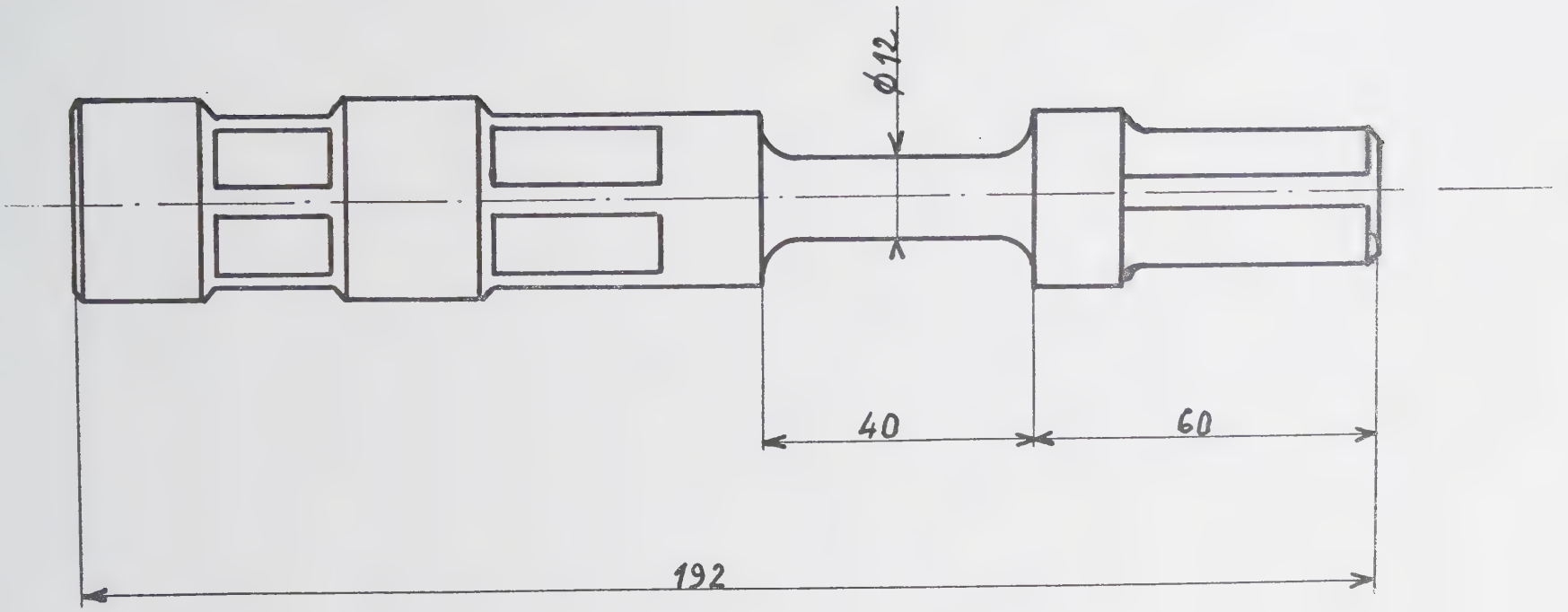
Pl.4 Eprouvette de traction

AU4G trempé

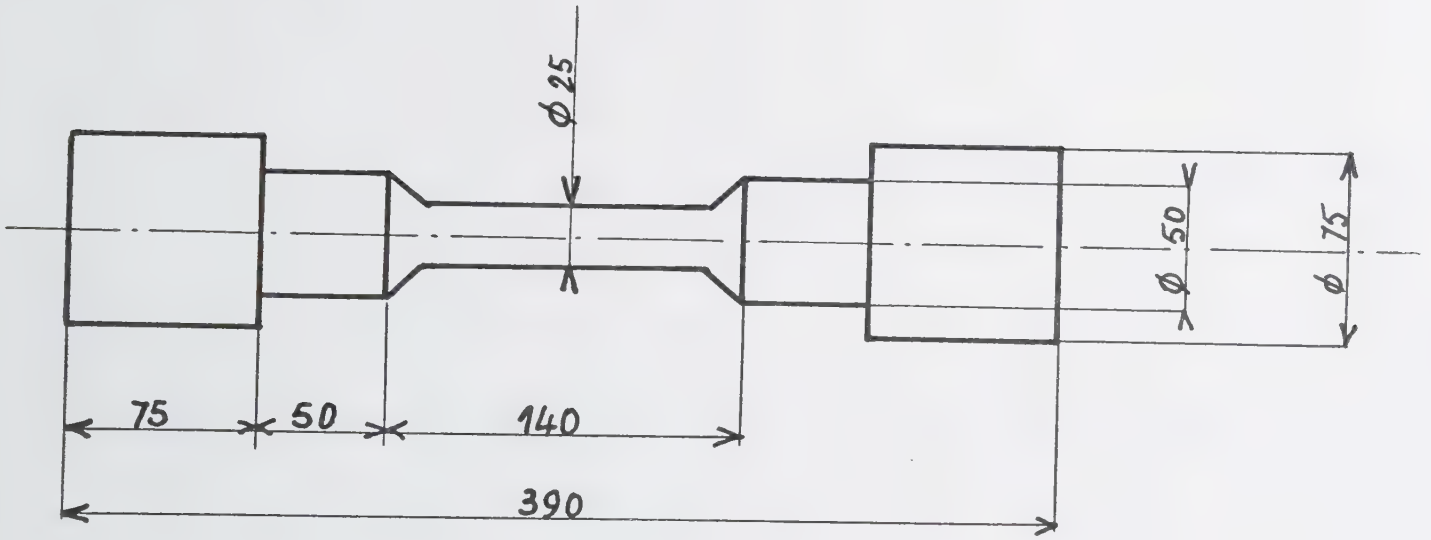


Pl.5 Eprouvette de traction

AU4G recuit.



Pl. 6 Eprouvette de compression AU4G trempé



Pl.7 Eprouvette de compression AU4G recuit

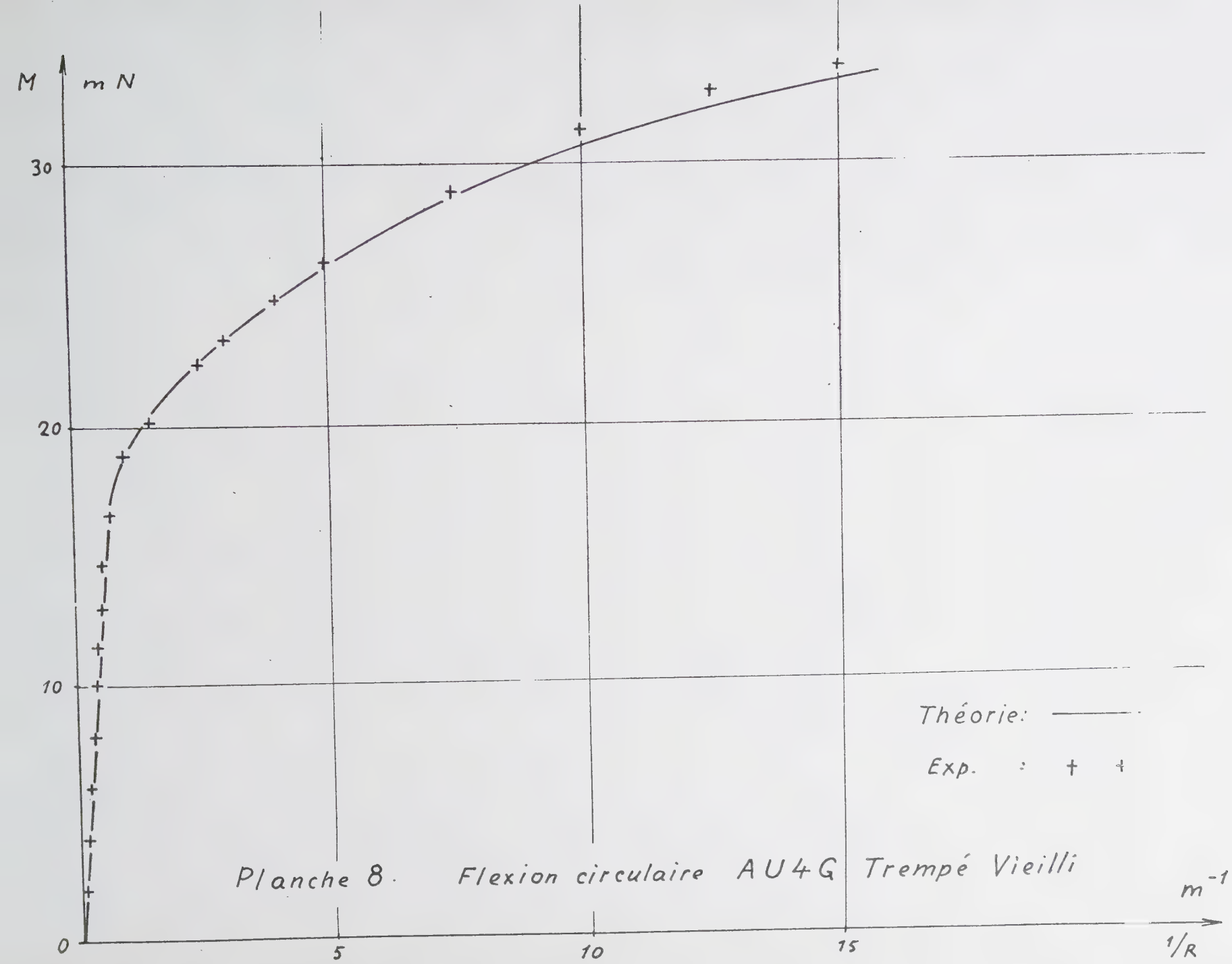


Planche 8. Flexion circulaire AU4G Trempé Vieilli

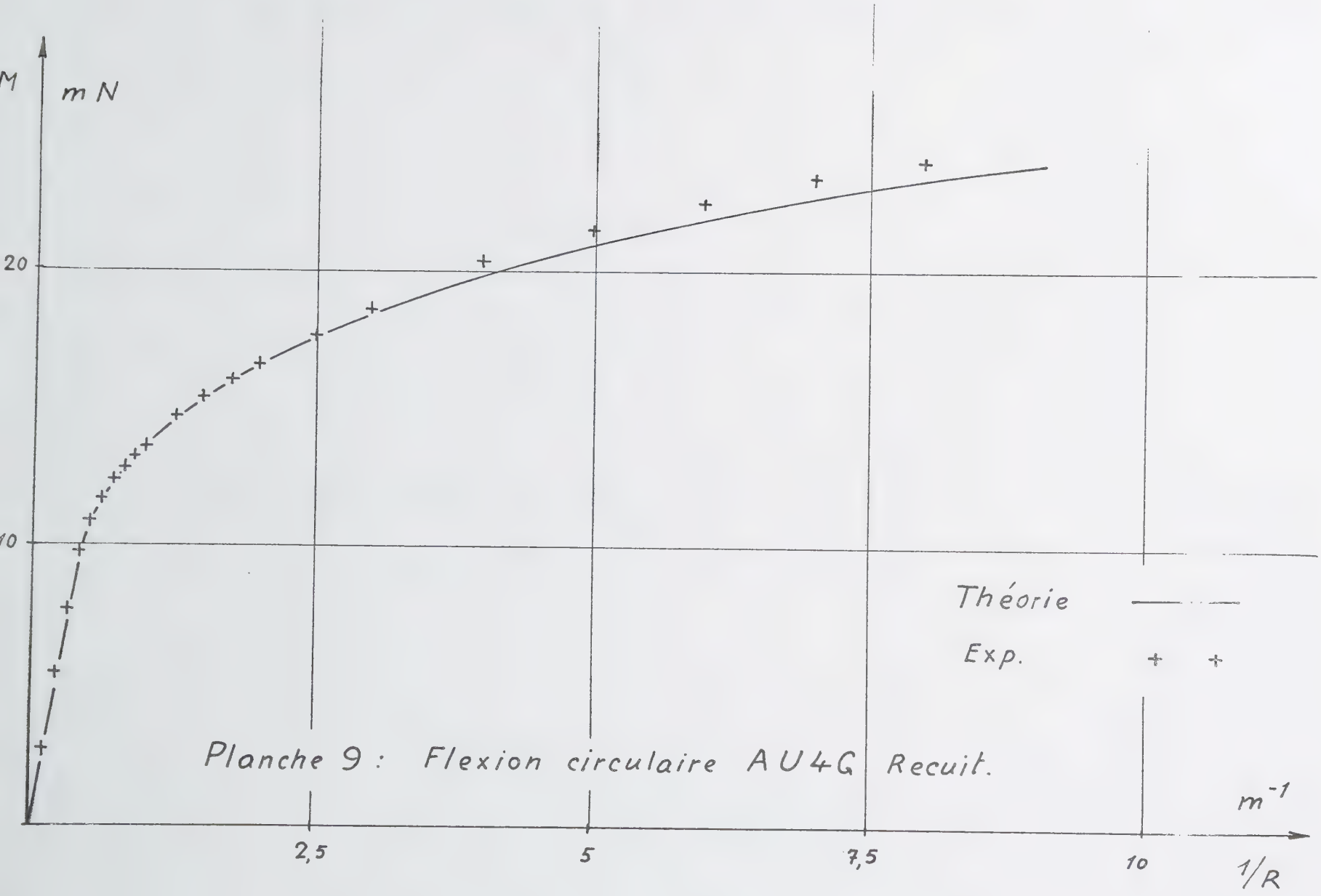


Planche 9 : Flexion circulaire AU4G Recuit.

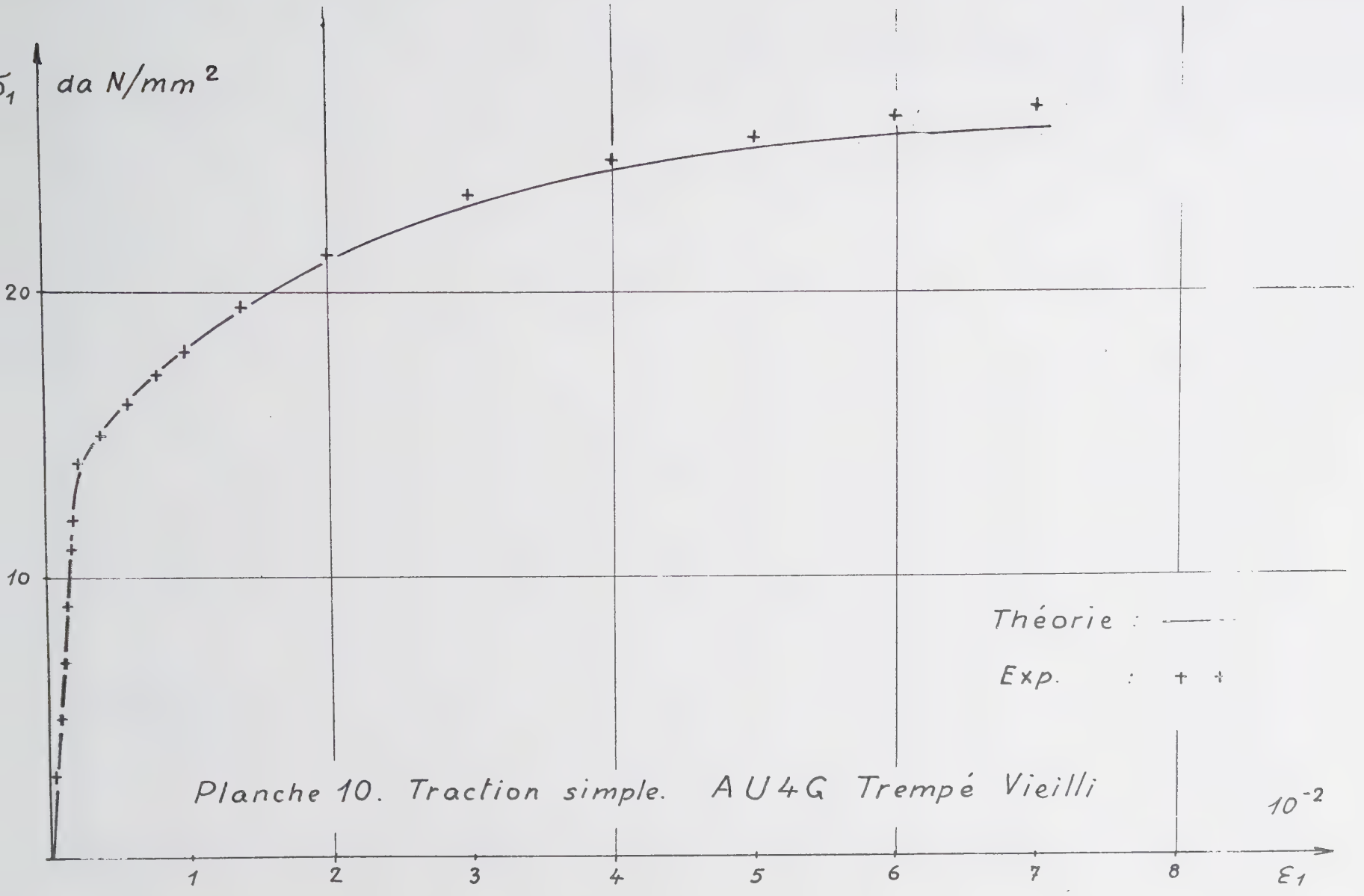


Planche 10. Traction simple. AU4G Trempé Vieilli

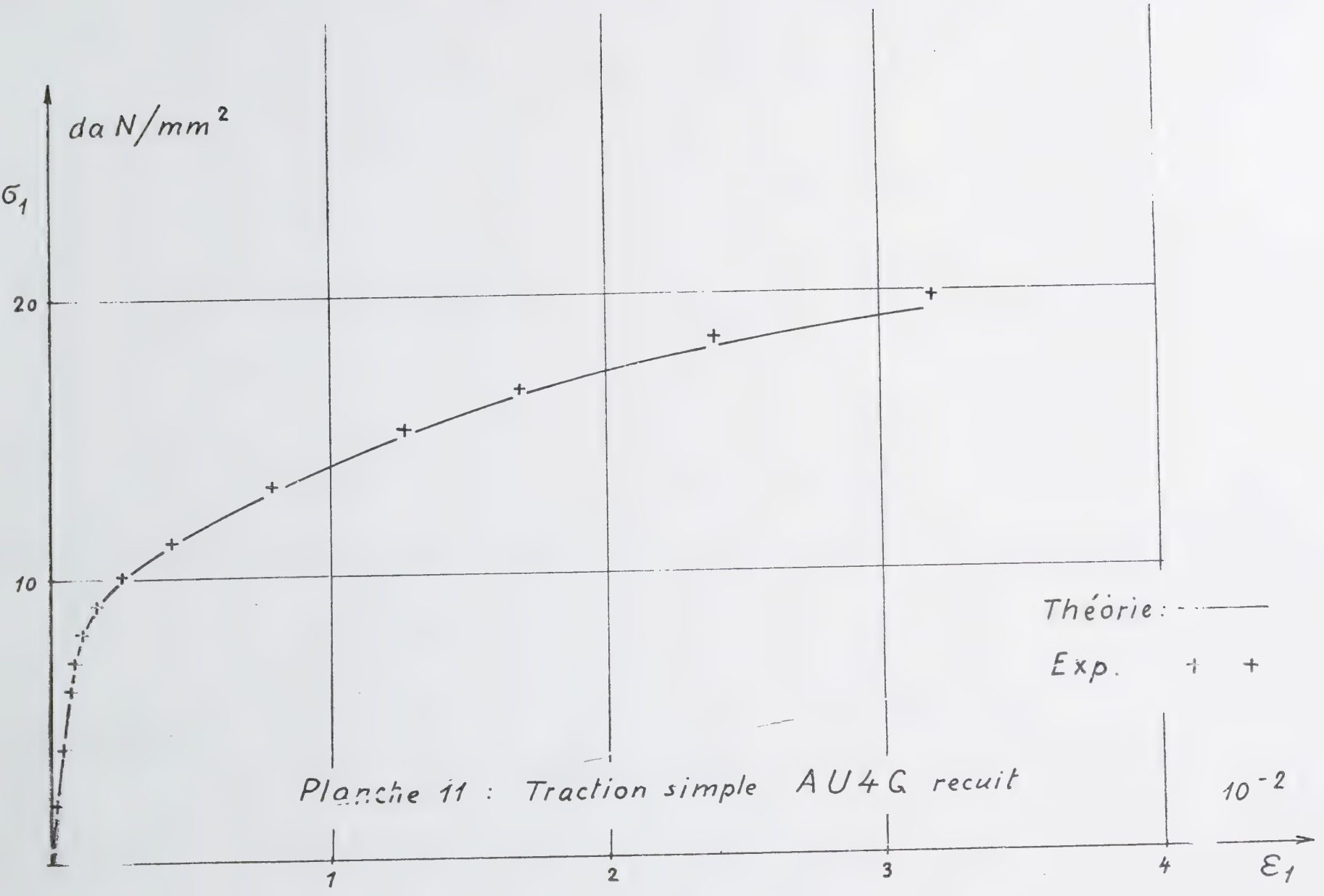


Planche 11 : Traction simple AU4G recuit

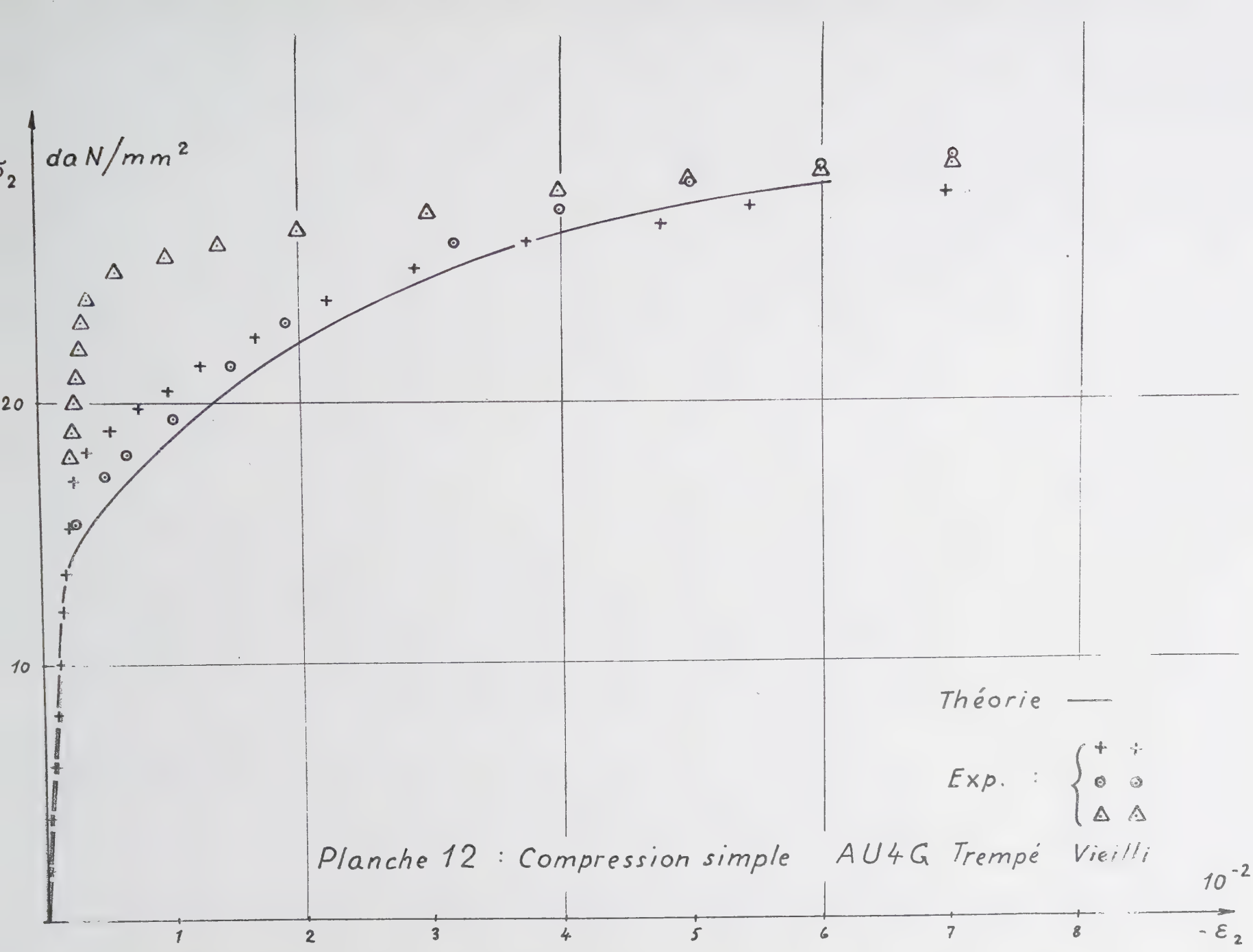


Planche 12 : Compression simple AU4G Trempé Vieilli

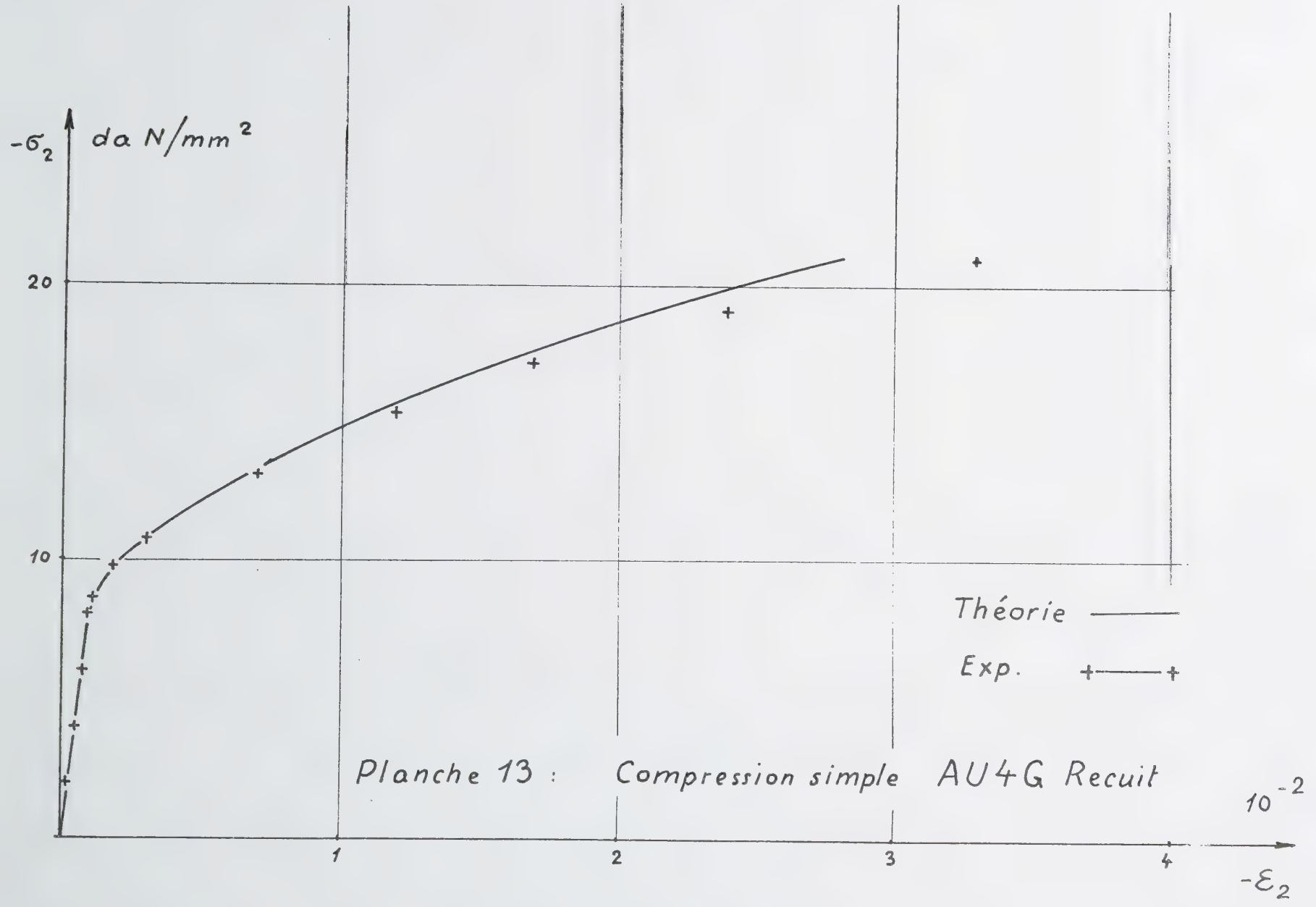
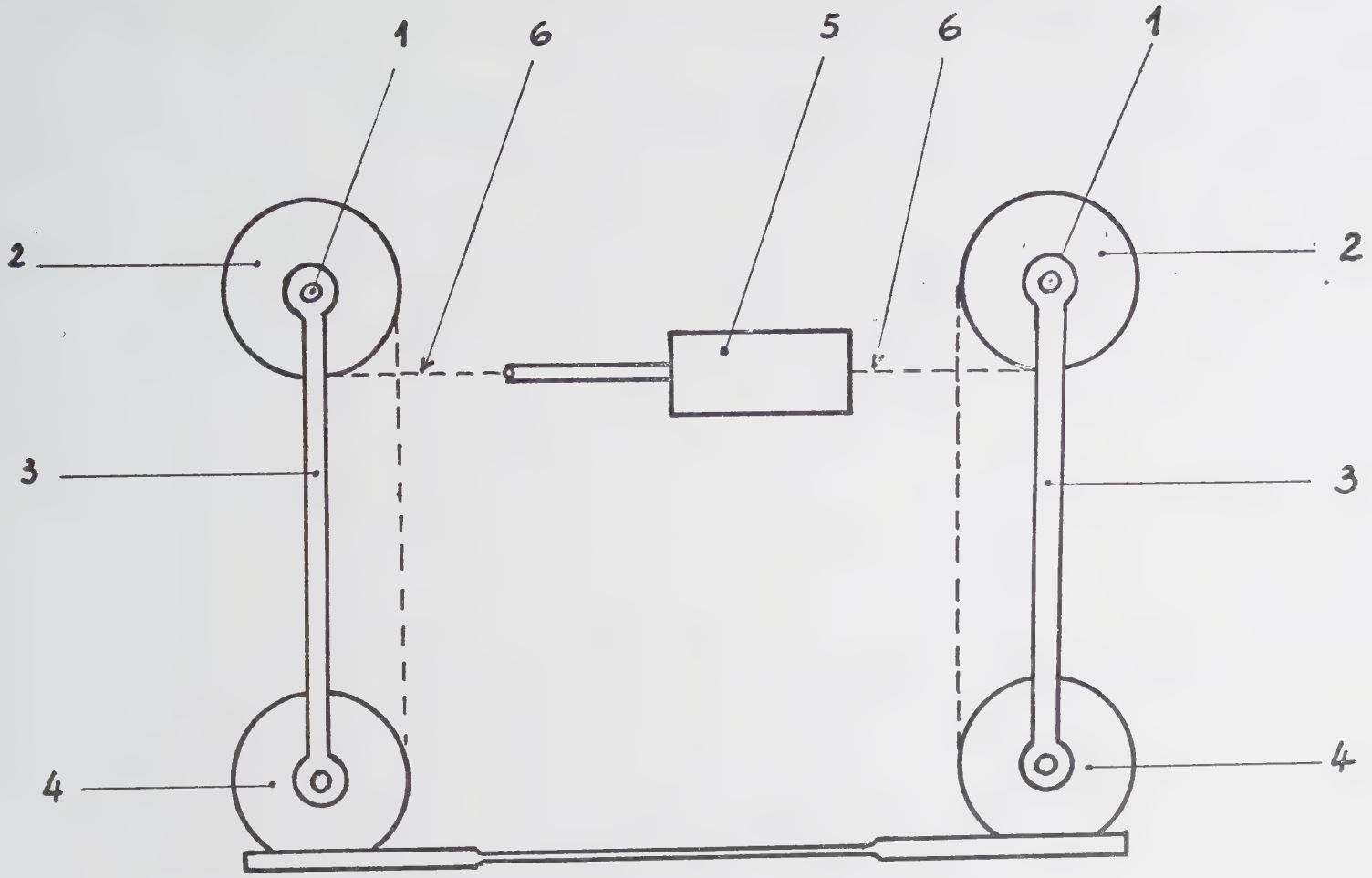
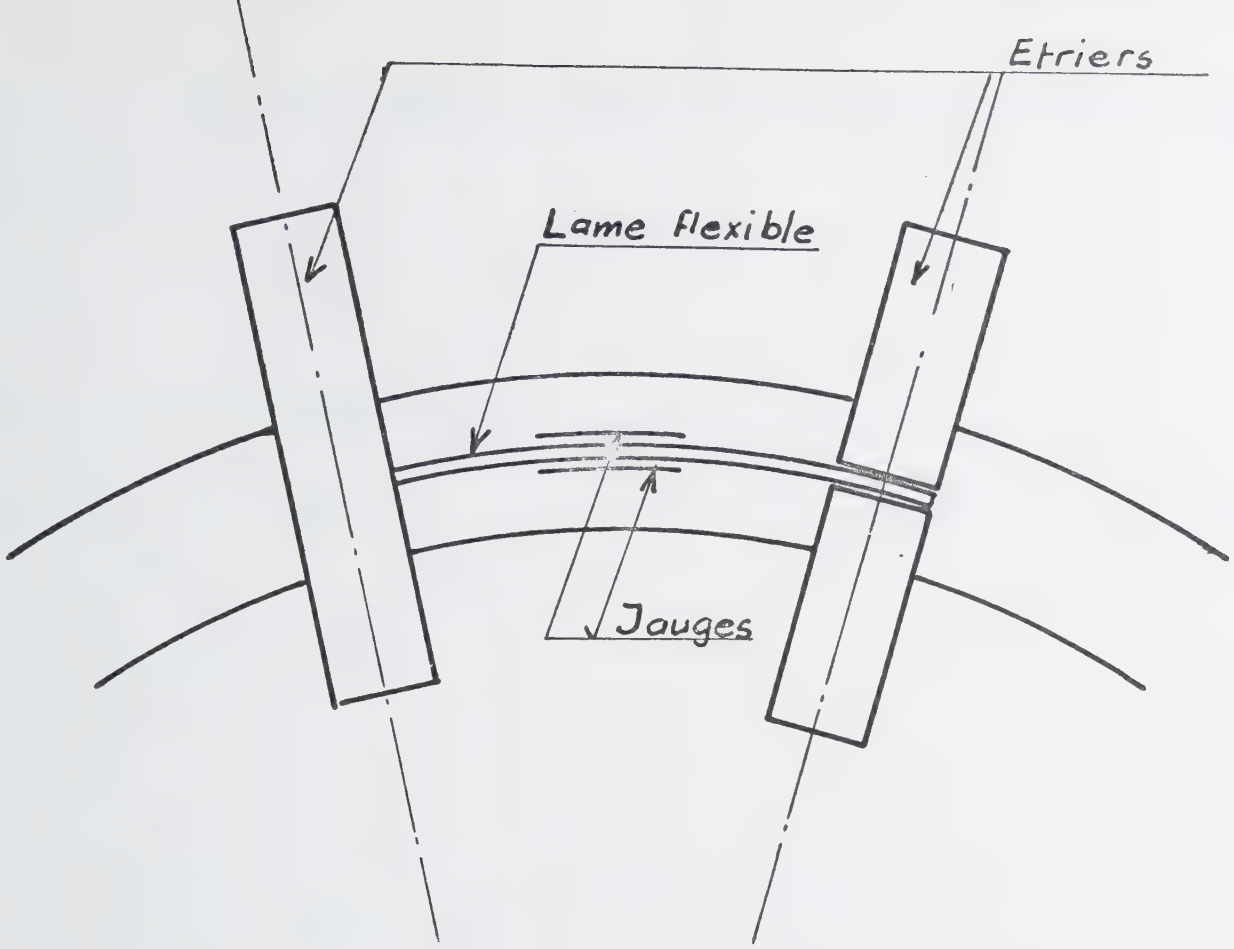


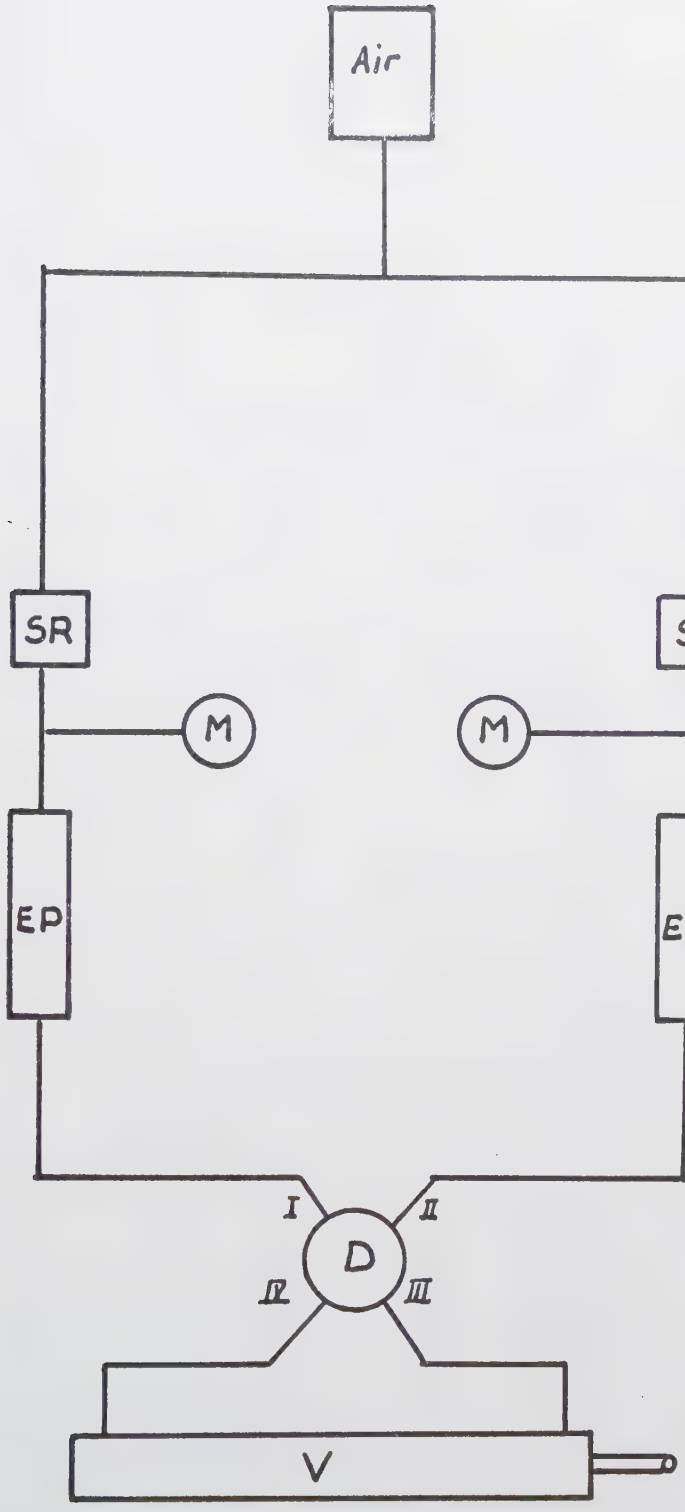
Planche 13 : Compression simple AU4G Recuit



Pl. 14 Schéma de principe de la machine d'essais



Pl. 15 Mesure du rayon de courbure



Pl. 16. - Circuit de puissance

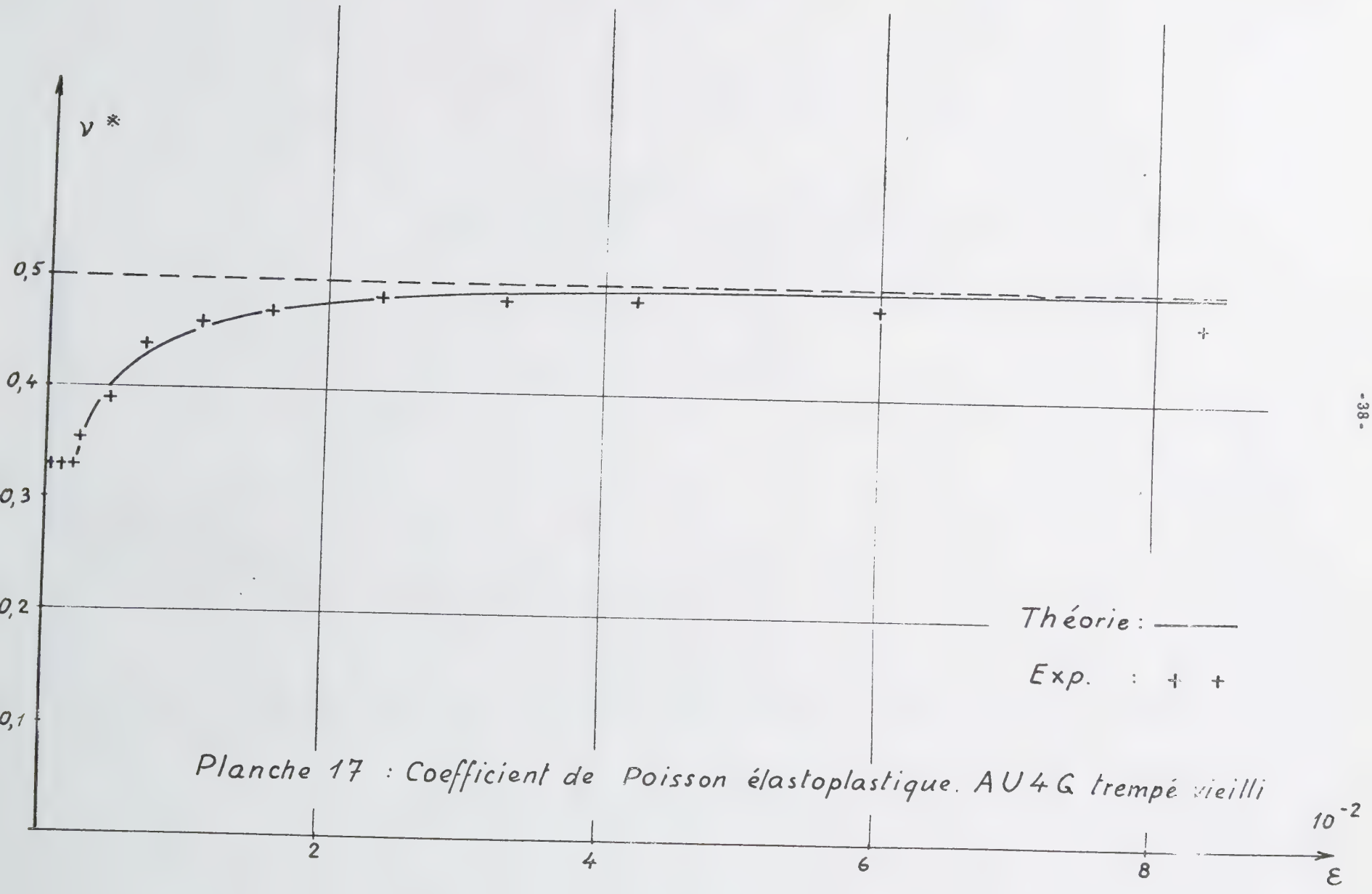
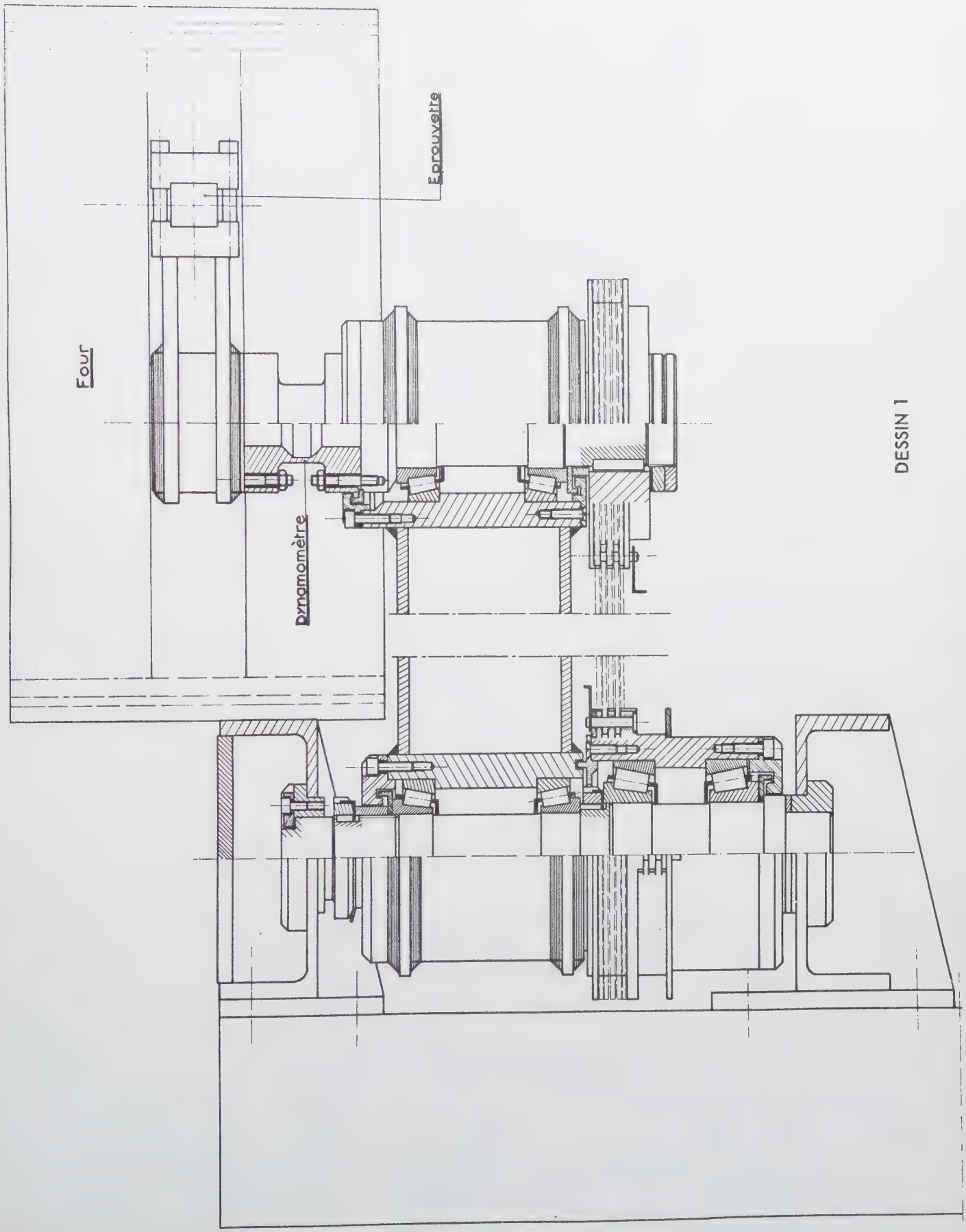
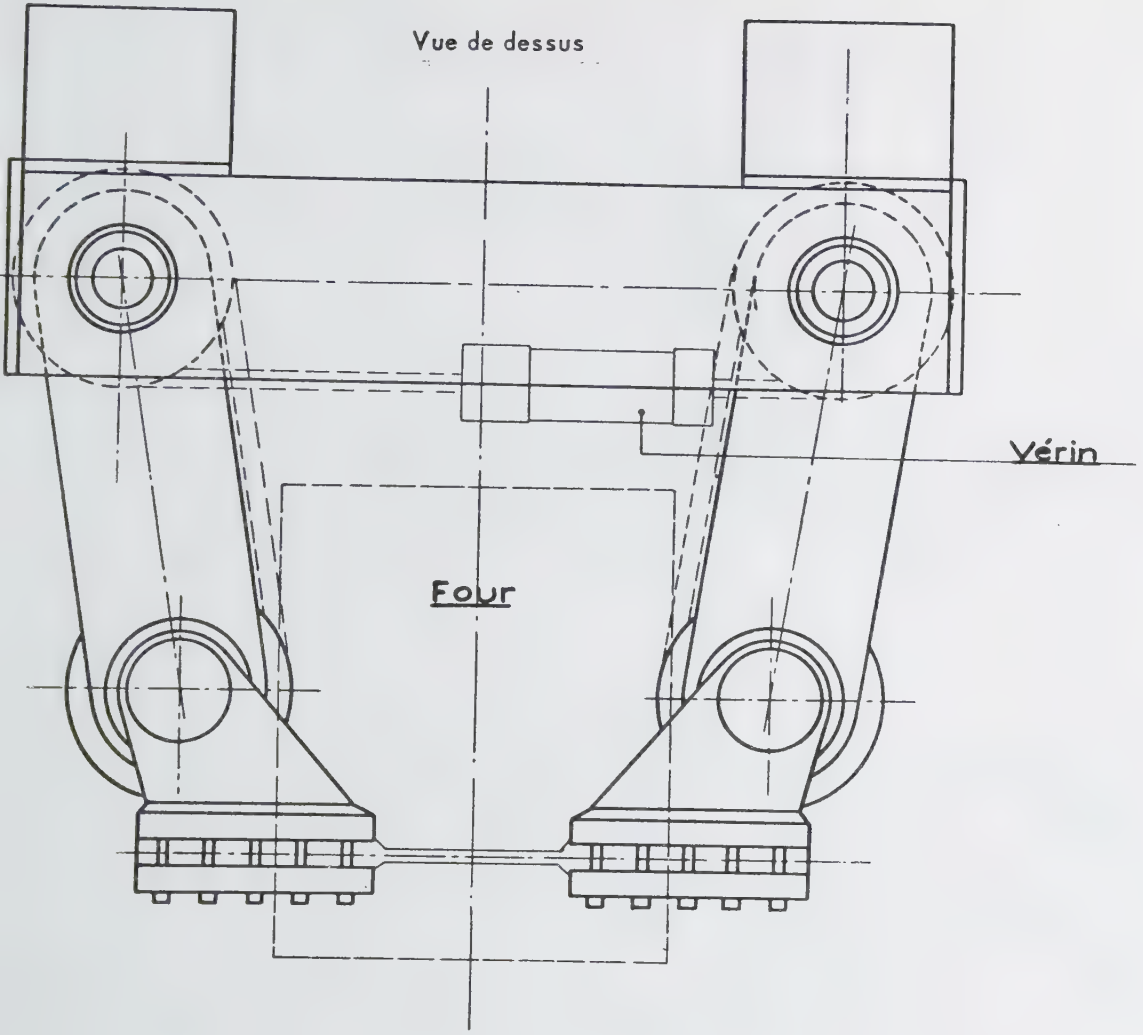
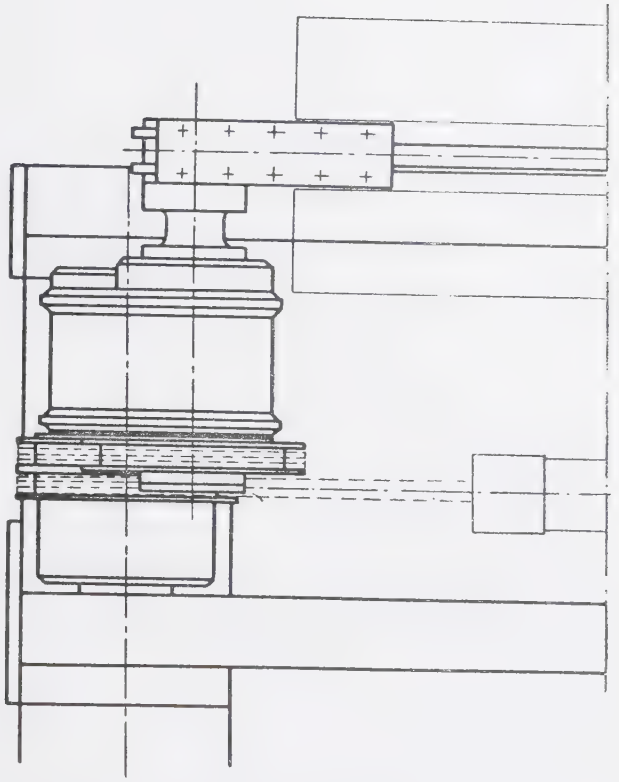


Planche 17 : Coefficient de Poisson élastoplastique. AU4G trempé vieilli

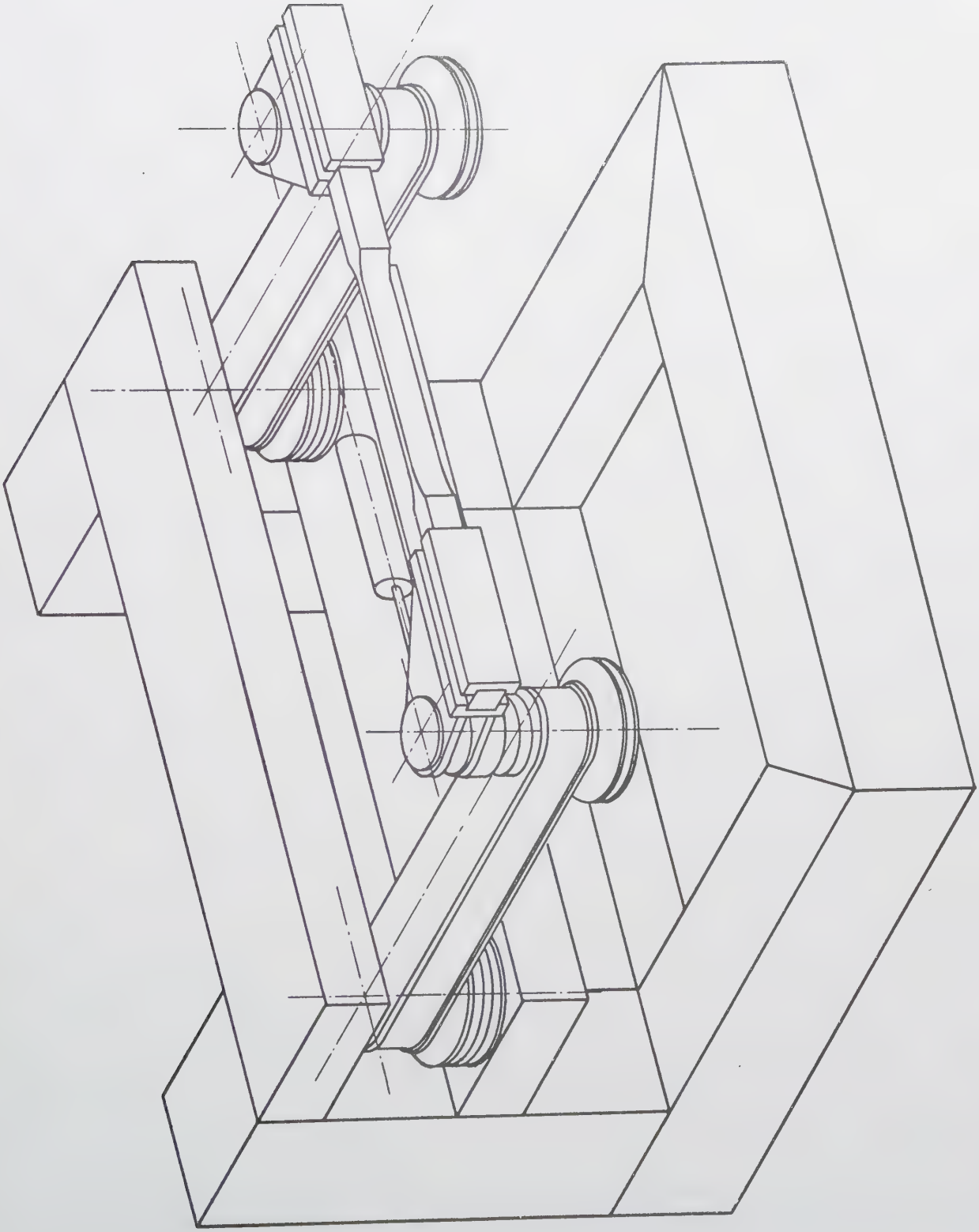


DESSIN 1





DESSIN 2



DESSIN 3

Achevé d'imprimer à l'O.N.E.R.A., Juin 1966 • Dépôt légal 2e trimestre 1966 • n°260.

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Vu et approuvé
Paris, le 3 Juin 1966
Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. BERGERARD

Vu et permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris

Jean ROCHE